目　录

行程综合

【知识梳理】

基本公式：路程＝速度×时间

基本类型

相遇问题：速度和×相遇时间＝相遇路程；

追及问题：速度差×追及时间＝路程差；

流水问题：关键是抓住水速对追及和相遇的时间不产生影响；

顺水速度＝船速＋水速逆水速度＝船速－水速

静水速度＝（顺水速度＋逆水速度）÷2 水速＝（顺水速度－逆水速度）÷2

（也就是顺水速度、逆水速度、船速、水速 4 个量中只要有 2 个就可求另外 2 个）

时钟问题：　时钟问题可以看做是一个特殊的圆形轨道上 2 人追及或相遇问题，不过这里的两个“人”分别是时钟的分针和时针。

具体是：整个钟面为 360 度，上面有 12 个大格，每个大格为 30 度；60 个小格，每个小格为 6 度。

分针速度：每分钟走 1 小格，每分钟走 6 度，　时针速度：每分钟走 $\frac{1}{12}$ 小格，每分钟走 0.5 度。

其他问题：利用相应知识解决，比如和差分倍和盈亏；

复杂的行程

1、多次相遇问题；

2、环形行程问题；

3、运用比例、方程等解复杂的题；

【典例剖析】

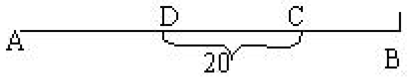
例 1　甲、乙二人分别从 A、B 两地同时相向而行，乙的速度是甲的 $\frac{2}{3}$,二人相遇后继续行进，甲到 B 地、

乙到 A 地后立即返回。已知二人第二次相遇的地点距第一次相遇的地点是 20 千米，那么，

A、B

两地相距多少千米？

【分析】此题为直线型的多次相遇问题，我们可以借助图形和比例解题。



【解】如图：C 为第一次相遇的地点，D 为第二次相遇的地点，将 AC 作为 3 份，则 CB 是 2 份

第一次相遇，甲、乙共走一个 AB，第一次相遇到第二次相遇，甲、乙共走 2 个 AB，因此，乙应走 CB 的 2 倍，即 4 份，从而 AD 是 1 份，DC 是 2 份（＝3－1）。

但已知 DC 是 20 千米，所以 AB 的长度是 20÷2×（2+3）＝50（千米）

答：A、B 两地相距 50 千米。

反馈练习：

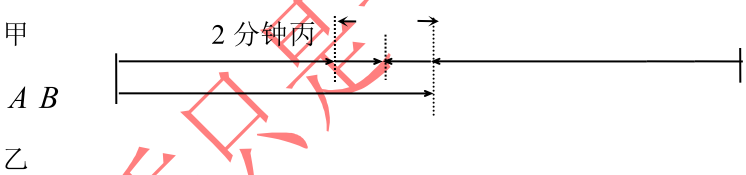
1、甲、乙两车同时从 A，B 两地相向而行，在距 B 地 54 千米处相遇。他们各自到达对方车站后立即返回原地，途中又在距 A 地 42 千米处相遇。求两次相遇地点的距离。

例 2　甲每分钟走 50 米,乙每分钟走 60 米,丙每分钟走 70 米,甲乙两人从 A 地,丙一人从 B 地同时相向出发,丙遇到乙后 2 分钟又遇到甲,A、B 两地相距多少米?

【分析】这是择校考常考题，本题有两种解答方法。

【解】

解法一依题意,作线段图如下:



丙遇到乙后 2 分钟再遇到甲,2 分钟甲、丙两人共走了(50+70)×2=240(米),

这就是乙、丙相遇时乙比甲多走的路程.又知乙比甲每分钟多走 60-50=10(米).

由此知乙、丙从出发到相遇所用的时间是 240÷10=24(分).

所以,A、B 两地相距(60+70)×24=3120(米).

解法二甲、丙相遇时,甲、乙两人相距的路程就是乙、丙相背运动的路程和,即(60+70)×2=260(米).

甲、乙是同时出发的,到甲、丙相遇时,甲、乙相距 260 米,所以,从出发到甲、丙相遇需 260÷(60-50)=26(分).

所以, A 、B 两地相距 (50+70)×26=3120(米).

答：A 、B 两地相距 3120 米

例 3 甲、乙两名同学在周长为 300 米圆形跑道上从同一地点同时背向练习跑步，甲每秒钟跑 3.5 米，乙

每秒钟跑 4 米，问：他们第十次相遇时，甲还需跑多少米才能回到出发点？

【分析】这是一道环形跑道的多次相遇问题。要知道甲还需跑多少米才能回到出发点，实质上只要知道甲

最后一次离开出发点又跑出了多少米。我们先来看看甲从一开始到与乙第十次相遇时共跑了多

远。不难知道，这段时间内甲、乙两人共跑的路程是操场周长的 10 倍（300×10=3000 米）。因

为甲的速度为每秒钟跑 3.5 米，乙的速度为每秒钟跑 4 米，由上一讲我们可以知道，这段时间内

甲共行 1400 $=(3000\times\dfrac{3.5}{3.5+4})$米，也就是甲最后一次离开出发点继续行了 200 米知道甲还需行

100（=300-200）米。

【解】$300\times10\times\dfrac{3.4}{3.5+4}=1400$（米）

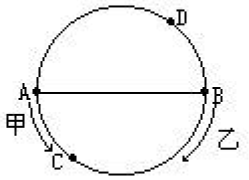
1400÷300=4（圈）……200（米）

300-200=100（米）

答：甲还需跑 100 米才能回到出发点.

反馈练习：

2、如下图，A，B 是圆的直径的两端，甲在 A 点，乙在 B 点同时出发反向而行，两人在 C 点第一次相遇，在 D 点第二次相遇。已知 C 离 A 有 80 米，D 离 B 有 60 米，求这个圆的周长。

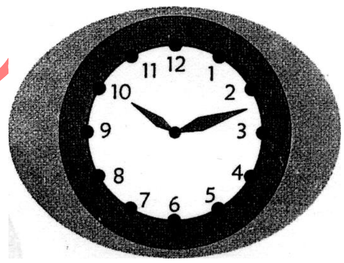


例 4　有一路电车的起点站和终点站分别是甲站和乙站。每隔 5 分钟有一辆电车从甲站出发开往乙站，全程要走 15 分钟。有一个人从乙站出发沿电车路线骑车前往甲站。他出发的时候，恰好有一辆电车到达乙站。在路上他又遇到了 10 辆迎面开来的电车，才到达甲站。这时候，恰好又有一辆电车从甲站开出。问他从乙站到甲站用了多少分钟?

【解】因为电车每隔 5 分钟发出一辆，15 分钟走完全程。骑车人在乙站看到的电车是 15 分钟以前发出的，可以推算出，他从乙站出发的时候，第四辆电车正从甲站出发。骑车人从乙站到甲站的这段时间里，甲站发出的电车是从第 4 辆到第 12 辆。电车共发出 9 辆，共有 8 个间隔，于是 5×8＝40（分）

答：他从乙站到甲站用了 40 分钟。

例 5　有一座时钟现在显示 10 时整．那么，经过多少分钟，分针与时针第一次重合；再经过多少分钟，分针与时针第二次重合?



【分析】常见钟表(机械)的构成：一般时钟的表盘大刻度有 12 个，即为小时数；小刻度有 60 个，即为分钟数．所以时针一圈需要 12 小时，分针一圈需要 60 分钟(1 小时)，时针的速度为分针速度的 $\frac{1}{12}$．如果设分针的速度为单位“l”，那么时针的速度为“$\frac{1}{12}$”.

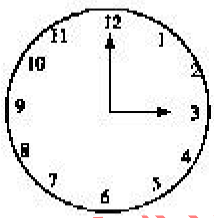
【解】在 10 点时，时针所在位置为刻度 10，分针所在位置为刻度 12；当两针重合时，分针

必须追上 50 个小刻度，设分针速度为“l”，有时针速度为“$\frac{1}{12}$”，于是需要时间：$50\div(1-\frac{1}{12})=54\frac{6}{11}$．所以，再过$54\frac{6}{11}$分钟，时针与分针将第一次重合．第二次重合时显然为 12 点整，所以再经过$(12-10)\times60-54\frac{6}{11}=65\frac{5}{11}$分钟，时针与分针第二次重合．

答：再过$54\frac{6}{11}$分钟，时针与分针将第一次重合，再经过$65\frac{5}{11}$分钟，时针与分针第二次重合．

反馈练习：

3、现在是 3 点，什么时候时针与分针第一次重合？



例 6　一辆车从甲地开往乙地。如果车速提高 20%，可以比原定时间提前一小时到达；如果以原速行驶 120

千米后，再将车速提高 25%，则可以提前 40 分钟到达。那么甲乙两地相距多少千米？

【分析】与分数百分数相结合的行程问题

【解】车速提高 20%，速度比为 5：6，路程一定的情况下，时间比应为 6：5，所以以原始速度行完全

程的时间为 1÷（6－5）×6=6 小时。以后一段路程为参考对象，车速提高 25%，速度比为 4：5，

所用时间比应该为 5∶4 ，提前 40 分钟到达，则用规定速度行驶完这一段路程需要 40×5=200 分钟，所以甲乙两地相距 270 千米。

答：甲乙两地相距 270 千米。

反馈练习：

4、甲、乙两车分别从 A、B 两地出发，相向而行。出发时，甲、乙的速度比是 5：4，相遇后，甲的速度减少 20%，乙的速度增加 20%，这样，当甲到达 B 地时，乙离 A 地还有 10 千米。那么 A、B 两地相距多少千米？

例 7　学校组织春游，同学们下午一点出发，走了一段平坦的路，爬了一座山，然后按原路返回，下午七点回到学校。已知他们的步行速度平地为 4 千米 / 时，上山为 3 千米 / 时，下山为 6 千米 / 时。

问：他们一共走了多少千米？

【分析】运用方程解题

【解】方法一：设下山用 t 时，则上山用 2t 时，走平路用（6-3t）时。

全程为 4（6-3t）＋3×2t＋6×t＝24（千米）。

方法二：设山路有 X 千米，则上山用时间 X/3 小时，下山用 X/6 小时，

计算平均速度为 2X/(X/3+X/6)=4 千米/小时，与平地速度一样。

所以一共走了 6×4=24 千米。

答：他们一共走了 24 千米

【过关练习】

1、甲、乙两地间的路程是 600 千米,上午 8 点客车以平均每小时 60 千米的速度从甲地开往乙地.货车以平均每小时 50 千米的速度从乙地开往甲地.要使两车在全程的中点相遇,货车必须在上午几点出发?

2、王明回家,距家门 300 米,妹妹和小狗一齐向他奔来,王明和妹妹的速度都是每分钟 50 米,小狗的速度是每分钟 200 米,小狗遇到王明后用同样的速度不停往返于王明与妹妹之间.当王明与妹妹相距 10 米时,小狗一共跑了多少米?

3、甲每分钟走 50 米,乙每分钟走 60 米,丙每分钟走 70 米,甲乙两人从 A 地,丙一人从 B 地同时相向出发,丙

遇到乙后 2 分钟又遇到甲, A 、 B 两地相距多少米.

4、钟表的时针与分针在 4 点多少分第一次重合?

5、客车和货车同时从甲、乙两地相向开出，客车行完全程需 10 时，货车行完全程需 15 时。两车在中途

相遇后，客车又行了 90 千米，这时客车行完了全程的 80%，求甲、乙两地的距离。

【提高练习】

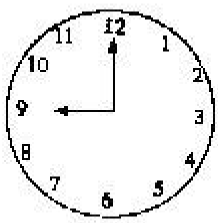
1、甲、乙、丙三辆车先后从 A 地开往 B 地，乙比丙晚出发 5 分，出发后 45 分追上丙；甲比乙晚出发

15 分，出发后 1 时追上丙。甲出发后多长时间追上乙?

2、甲、乙两人同时从山脚开始爬山，到达山顶后就立即下山。他们两人下山的速度都是各自上山速度的

2 倍。甲到山顶时，乙距山顶还有 400 米；甲回到山脚时，乙刚好下到半山腰。求从山脚到山顶的距离。

3、在 9 点与 10 点之间的什么时刻，分针与时针在一条直线上?



5、小明早上从家步行到学校，走完一半路程时，爸爸发现小明的数学课本丢在家里，随即骑车去给小明

送书，追上时，小明还有 $\frac{3}{10}$ 的路程未走完，小明随即上了爸爸的车，由爸爸送往学校。这样，小明就

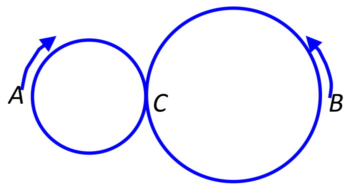
比独自步行提早了 5 分钟到学校，小明从家到学校全部步行需要多少分钟？

6、某体育馆有两条周长分别为 150 米和 250 米的圆形跑道〔如图〕，甲、乙两个运动员分别从两条跑道相

距最远的两个端点 A、B 两点同时出发，当跑到两圆的交汇点 C 时，就会转入到另一个圆形跑道，且

在小跑道上必须顺时针跑，在大跑道上必须逆时针跑。甲每秒跑 4 米，乙每秒跑 5 米，当乙第 5 次与

甲相遇时，所用时间是多少秒?



答案：

反馈练习

1、24 千米　　2、360 米　　3、$90\div(6-0.5)=16\frac{4}{11}$　　4、450 千米

过关练习

1、7 点　　2、580 米　　3、 3120 米　　4、$20\div\frac{11}{12}=21\frac{9}{11}$　　5、 450 千米

提高练习

1、75 分　　2、2400 米　　3、$270\div(6-0.5)=49\frac{1}{11}$　　4、$23\frac{1}{3}$分　5、1800 秒

圆的周长和面积

【知识梳理】

知识点圆的周长和面积

S：面积 C：周长　　π：圆周率　　　　d：直径 r：半径

（π是圆周率，是个常量，通常题目中圆周率取 3.14，如果题目有特殊要求就按题目的具体要求取值。）

1、圆的周长公式：C＝πd 或 C＝ 2πr

2、半圆的周长公式：C＝$\frac{1}{2}$πd+d

3、四分之一圆的周长公式：C＝$\frac{1}{4}$πd+d

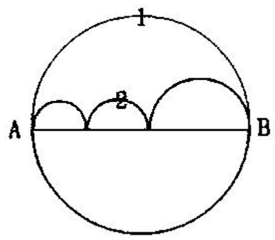
4、圆的面积公式：S ＝πr^2

5、四分之一圆的面积公式：S ＝$\frac{1}{4}$πr^2

6、半圆的面积公式：S ＝$\frac{1}{2}$πr^2

7、圆环的面积公式：S ＝πR^2-πr^2=π（R^2-r^2）

【典例剖析】



例 1一个人要从 A 点到 B 点（如图），他可以按①号弧形所表示的路线走，也可以按照②号弧形所表示的路线走。哪条路线近？为什么？

【分析】　　假设大圆的直径为 g，三个小圆的直径分别为 d、e、f，按照题意，1 号箭头所表示的路线是大圆周长的一半，即πg÷2；2 号箭头所表示的路线是三个小圆周长的一半的总和，即πd÷2＋πe÷2＋πf÷2＝π（d＋e＋f）×$\frac{1}{2}$。因为 d＋e＋f＝g，即πg÷2＝πd÷2＋πe÷2＋πf÷2，所以两条路线同样长。

【解】设外面半圆直径为 g，三个小圆直径分别为 d 、e、f；则：g= d＋e＋f。

外面半圆路线周长：C_1 =$\frac{1}{2}$πg

里面三个小半圆路线周长：C_2=$\frac{1}{2}$πd+$\frac{1}{2}$πe+$\frac{1}{2}$πf，C_2=$\frac{1}{2}$π（d＋e＋f）

因为：g=d＋e＋f　　，所以：C_2=$\frac{1}{2}$πg，所以：C_1= C_2

答：两条路线一样长。

例 2　一个长方形的长是 6.42 米，宽是 3 米，这个长方形的周长与一个圆的周长相等，这个圆的周长的半径是多少米？

【分析】如果想求圆的半径需要知道圆的周长，根据这个长方形的周长与一个圆的周长相等，长方形的周长等于（6.42+3）×2=18.84（米），说明圆的周长也是 18.84 米，从而求出圆的半径。

【解】长方形的周长：（6.42+3）×2=18.84（米）

圆的直径：18.84÷3.14=6（米），圆的半径：6÷2=3（米）

答：这个圆的周长的半径是 3 米。

例 3　从一块边长 10 厘米的正方形铁皮上剪下一个最大的圆。这块圆形铁皮的面积是多少平方厘米？剩下的铁皮的面积占原来正方形的几分之几？

【分析】在一个正方形里，当圆的直径等于正方形的边长时，所画的圆最大。也就是要剪下的圆的直径等于正方形的边长时，才能剪下一个最大的圆。

【解】（1）圆形铁皮的面积是：

$3.14\times(10\div2)^2=78.5$（平方厘米）

（2）正方形的面积是：

$10\times10=100$（平方厘米）

（3）剩下的占原来的几分之几：

$(10-78.5)\div100$

$=21.5\div100$

$=\frac{43}{200}$

答：圆形铁皮的面积是78.5平方厘米。剩下的铁皮面积占原来正方形的$\frac{43}{200}$。

例 4　一只挂钟的分针长 20 厘米经过 45 分后，这根分针的尖端所走的路程是多少厘米？

【分析】分针尖端所走的路程，可以看作是一个点在半径为 20 厘米的圆上移动的长度。现在要求经过 45 分后，分针尖端所走的路程，就是求圆周长的$\frac{45}{60}$是多少。

【解】$2\times3.14\times20\times\frac{45}{60}$

$=3.14\times2\times20\times\frac{45}{60}$

$=3.14\times30$

$=94.2$（厘米）

答：分针尖端所走的路程是94.2厘米。

例 5　一个圆形花坛，直径是 10 米，在它的外墙铺一条 1 米宽的小路，这条小路的面积是多少平方米？

【分析】这条小路的面积实际就是环形的面积。内圆直径已知，外圆直径应该是 10＋2＝12 米，从而可以知道内圆和外圆的半径，再根据环形面积公式即可求出小路面积。

【解】外圆半径：（10÷2）+1=6（米），内圆半径：10÷2=5（米）

环形面积：(6×6－5×5)×3.14

= 11×3.14

= 34.54(平方米)

答：这条小路的面积是 34.54 平方米。

【过关练习】

一、填空题

1、　一个圆的直径扩大 2 倍，它的半径扩大（　　　）倍，它的周长扩大（　　　）倍。

2、　一个圆形花坛的半径 2.25 米，直径是（　　　　）米，周长（　　　）米。

3、在一张长 6 厘米，宽 4 厘米的长方形纸片上画一个最大的圆，这个圆的半径是（　　　　）厘米；如果画一个最大的半圆，这个半圆的周长是（　　　　），这个半圆的面积是（　　　　）。

4、把圆沿着它的半径 r 分成若干等份，剪开后可以拼成一个近似的（　　　　　），这个图形的长相当于圆周长的（　　　），用字母表示是（　　　）；宽相当于圆的（　　　　），用字母表示是（　　　）。所以圆的面积 S＝（　　　）×（　　）＝（　　　　　）。

5、有一个圆形鱼池的半径是 10 米，如果绕其周围走一圈，要走（　　）米。

6、一个挂钟的时针长 5 厘米，一昼夜这根时针的尖端走了（　　）厘米。

7、　圆周率是圆的（　　　　）和（　　　　　）比值。

8、　用一根长 4 米的绳子画一个最大的圆，这个圆的半径（　　）米，周长（　　　　）米，面积（　　　　）平方米。

二、选择题。

1、从圆心到圆上任意一点的线段叫做（　　）

A、直径　　B、半径　　　C、直线

2、周长相等的长方形、正方形、圆，（　　）面积最大。

A、正方形　　B、长方形　　C、圆

3、大圆半径是小圆直径的 3 倍，大圆的面积是小圆面积的（　　）倍。

A、3　　B、6　　C、9　　　D、36

4、圆的半径由 6 厘米增加到 9 厘米，圆的面积增加了（　　）平方厘米。

A、9　　B、45　　C、45π　　　D、9π

三、判断题

1、半径是直径的一半。（　　　）

2、π=3.14.　　　　　　（　　　）

四、应用题

1、一种汽车轮胎的外直径是 10.2 分米，每分钟转 50 周，车轮每分钟前进多少米？

2、一种手榴弹爆炸后，有效杀伤范围的半径是 8 米，有效杀伤面积是多少平方米？

3、在一个直径是 16 米的圆心花坛周围，有一条宽为 2 米的小路围绕，小路的面积是多少平方米？

4、一个圆环的外圆直径是 10 分米,内圆半径是 40 厘米.求这个圆环的面积?

【提高练习】

1、一辆自行车车轮外直径为 0.6 米，小柳骑自行车从家到学校，如果每分钟转动 100 周，他从家到学校出发 10 分钟到达学校，小柳家距学校多少米？

2、一个长方形长 5 米，宽 3 米，有一个半径是 3 分米的圆沿着这个正方形内侧边沿滚一圈。求圆滚过的面积和路径长。

3、一辆自行车轮胎的外直径是 70 厘米，如果车轮平均每分钟转 100 圈，半小时可以行多少米？

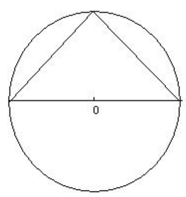
4、一个圆形花圃直径 8 米，用四分之三种兰花，兰花的种植面积是多少？

5、在一张边长 10 厘米的正方形纸上剪一个最大的圆后，这个正方形和圆的面积比是多少？

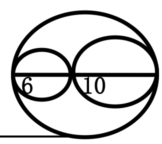
6、在一张周长为 4 厘米的圆形硬纸板上，剪一个最大的正方形，求圆和正方形的面积比。

7、用两根长 12.56 厘米的铁丝分别围成一个正方形和一个圆，哪个面积大？大多少？

8、已知圆内有一个等腰直角三角形，它的面积是 7 平方分米，过这个圆的面积是多少？



9、两个小圆的周长的和与大圆的周长相比，哪个长？（单位：厘米）



10、一个木盆的底面是圆形。在它的底部箍一根长 2.552 米的铁丝，铁丝的接头处用了 0.04 米。这个木盆的底面直径是多少米？

11、一个水缸的缸口是一个圆形，直径是 0.75 米。给这个水缸做一个木盖，要求木盖的直径比缸口直径大 5 厘米。木盖的面积是多少平方厘米？

12、一个木桶的底面半径是 40 厘米，现用粗铁丝在木桶侧面围上了 3 圈，至少需要多少米的粗铁丝？

13、用 18.84 米的篱笆靠墙围成了一个半圆形的养鸡场，这个养鸡场的面积是多少平方米？

14、在直径为 8 米的圆形水池四周铺一条 1 米宽的小路，这条小路的面积是多少平方米？

15、一个挂钟，时针长 40 厘米，经过一昼夜，时针扫过的面积是多少平方厘米？

16、一个钟面上的时针长 5 厘米，从上午 8 时到下午 2 时，时针尖端走了多少厘米？

17、在一块边长 6 分米的正方形铁皮上剪去两个相等并尽可能大的圆，剩下的铁皮面积是多少平方分米？

小升初数学专题———解决问题的策略

解决问题的策略

列表法、枚举法、画图法

一、知识梳理

1、画图：用画线段图和直观图的方法把数量关系表示出来，把题意形象具体，一目了然，以便较快找到解题的途径，它对解答条件隐蔽、复杂疑难的应用题，能起到化难为易的作用。列表：在解决问题时，可以用表格将条件和问题整理出来，就能发现数量之间的联系，寻找规律。

2、列举：在解题时，常会遇到一些问题不容易列出算式来解答，我们可以根据要求，把符合要求的事物一一列举出来，列举时要注意不重复、不遗漏、有顺序地列举。若是列举时数据过多，可以用加法原理和乘法原理来帮助计数。

二、精讲例题

例题 1、一个三角形的面积是 12 平方米，这个三角形的底和高分别是多少米？

分析：底×高÷2=12

可以得到底×高=24

列表

底（m）	1	2	3	4	24	12	8	6
高（m）	24	12	8	6	1	2	3	4

所以有 8 种情况。

例 2、五（3）班 49 位同学到公园去划船，每只小船可以坐 3 人，每只大船可以做 5 人，大船和小船都要坐满人。那么，租大、小船有多少种不同的方案？

分析：当有一只小船时，（49-3）÷5=9 •••••• 1

当有 2 只小船时，（49-2×3）÷5=8 •••••• 3

当有 3 只小船时，（49-3×3）÷5=8

•

•

当有 13 只小船时，（49-13×3）÷5=2

列表

小船	3	8	13	
大船	8	5	2	

例 3、A、B、C、D、E 五位同学进行乒乓球循环赛（其中任何一位同学都必须和其他每一位同学进行一场比赛），比赛进行了一段时间后，A 赛了 4 场，B 赛了 3 场，C 赛了 2 场，D 赛了 1 场，请问这时 E 赛了多少场？

分析：由赛制可知：A 赛了 4 场，则 B、C、D、E 都与 A 赛了一场；

B 赛了 3 场，则是与 A、C、E 各赛了一场（由于 D 只赛了一场已与 A 赛过）；

C 赛了两场即是与 A、B 赛的，

所以此时 E 赛了两场，即是与 A、B 赛的．

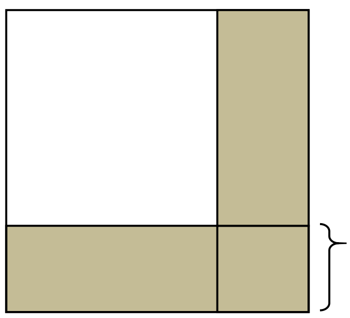
列表：

	A	B	C	D	E
A		√	√	√	√
B			√		√
C					
D					
E					

例 4、已知大正方形比小正方形边长多 2 厘米，大正方形的面积比小正方形面积大 40 平方厘米，求大小正方形的面积。

分析：根据题意可画图如右所示：

阴影部分面积是 40 平方厘米，可将其分为 3 部分，其中两方长方形相同，右下角为边长 2cm 的正方形，即可求出阴影的长方形面积，则可得出小正方形的边长



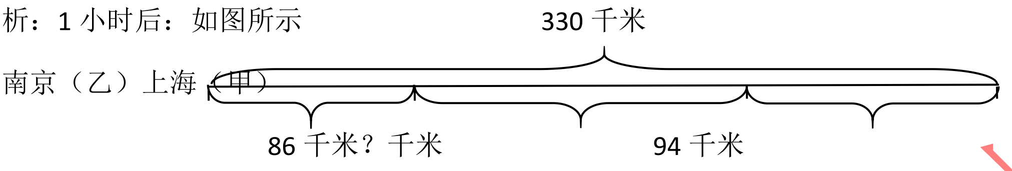
解：小正方形边长：（40－2×2）÷2÷2=9（厘米）

小正方形面积：9×9=81（平方厘米）

大正方形面积：81+40=121（平方厘米）　　2 厘米

答：小正方形面积是 81 平方厘米，大正方形面积是 121 平方面积。

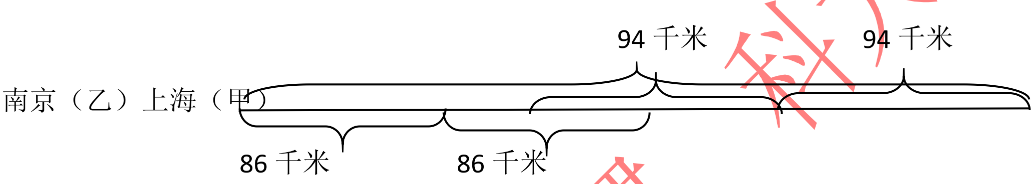
例 5、沪宁高速公路全长 330 千米，两辆汽车分别从上海和南京同时出发，甲车每小时行 94 千米，乙车每小时行 86 千米，1 小时后两车相距多少千米？2 小时后两车相距多少千米？分析：1 小时后：如图所示



解：330－86－94=150 千米

答：1 小时后两车相距 150 千米。

分析：2 小时后，如图所示



解：86×2＋94×2－330=30（千米）

答：2 小时后两车相距 30 千米

三、课堂练习

1、有 1 元、2 元、5 元的人民币各一张，从中选择一张或两张人民币，一共可以组成多少种不同的钱数？

2、重阳节到了，王芳、李刚、张明三人去花木市场买花去敬老院慰问老人。

王芳说："我买 3 盆花用 75 元。"

李刚说："我买了 7 盆花。"

张明说："我买花用去了 125 元。"

3、学校买了 5 枝毛笔，7 枝钢笔和 9 枝圆珠笔。毛笔每枝 24 元，钢笔每枝 49 元，圆珠笔每枝 8 元。 (1)毛笔和钢笔一共用去多少元？(2)钢笔比圆珠笔多用去多少元？

4、 一块长方形水泥地，长 18 米，如果把它的长增加 3 米，面积会增加 15 平方米。原来水泥地的面积是多少平方米？

5、一个正方形的草坪，如果把它的边长增加 2 米，它的面积会增加 28 平方米，原来的正方形草坪的面积是多少平方米？

6、一块长方形的草坪，长 8 米，宽 4 米，如果把它的长和宽都增加 2 米　它的面积增加了多少平方米？

7、小虎早上从家到学校上学，要走 1.3 千米，他走了 0.3 千米后发现没有带数学作业本，又回家去取。这样他比平时上学多走了多少千米？

8、大象奔跑的速度大约每分钟 500 米，羚羊奔跑的速度是大象的 4 倍少 11 米，羚羊每分钟跑多少米?

四、课后作业

1、江阴大卖场是 10 路和 2 路公交车的起始站。早上 6：00 整 10 路车开始发车，以后每隔 10 分钟发一班车；6 时 30 分 2 路车开始发车，以后每隔 15 分钟发一班车。这两路车第二次同时发车的时间是几时几分？（请列表找出答案）

10 路车	6：00	6：10							
2 路车	6：30	6：45							

2、一个宇宙飞船 3 秒航行 36 千米。照这样的速度填写下表。

时间（秒）	5		14		20
路程（千米）		108		252	

3、一块长方形的草地，宽 5 米，长 12 米，如果把它的长增加 3 米，宽减少 3 米，它的面积与原来的相比是增加了，还是减少了？

4、一块长方形草坪，长 12 米，宽 8 米。在它的四周修一条一米宽的小路，并在小路靠草坪的一边每隔 2 米放一盆花。这条小路的面积是多少平方米？共需要多少盆花？

5、一个长方形的花坛,长 50 米,宽 12 米,如果宽增加 2 米,长不变,这个花坛的面积增加了多少平方米?

6、一个正方形的花坛,如果把它的边长增加 5 米,它的面积比原来的面积多了 125 平方米,这个正方形花坛原来的面积是多少平方米?

7、五年级同学去植树，上午植的棵数比总数的一半少 6 棵，下午植的棵数比所剩下的一半多 8 棵，结果还剩 25 棵没有种，这批树苗有多少棵？

8、东东和阳阳共有邮票 120 枚，东东把 20 枚阳阳喜欢的花卉邮票送给阳阳后，阳阳选出了 15 枚东东喜欢的动物邮票送给东东，这时，东东的邮票是阳阳的一半，东东与阳阳原来各有邮票多少枚？

解决问题的策略

还原法、假设法、替换法

一、知识梳理

1、还原法（倒推法）：从结果开始，一步一步倒推回去，每步倒推时所用的方法要刚好和原来相反，例如原来加的倒推回去就是减，原来减得倒回去就是加，原来乘的倒回去就是除，原来除的就倒回去乘，一直推到最初的数据。

2、替换与假设：“替”指的是替代，“换”指的是更换，替换就是将实际问题中的数量用别的数量来代替，从而使问题简化。假设是指对条件和问题进行假定和预设，然后根据数量之间的关系，对假定和预设进行调整，从而得到问题的答案。

转化：把较复杂的问题变成较简单的问题，把新颖的问题变成已经解决的问题。

二、精讲例题

例 1、甲、乙两位师傅共做零件 135 个，如果从甲做的零件中拿 36 个给乙，而又从乙做的零件中拿出 45 个给甲，这时乙的零件个数是甲的 1.5 倍，原来甲、乙师傅各做零件多少个？

分析：根据和倍问题先求出甲现有零件的个数，135÷（1.5+1）=54（个），再逆推出他原有零件的个数：54-45+36=45（个），乙原有零件 135-45=90（个）。

我们可以用列表法把逆推的过程表示出来：

	甲零件个数/个	乙零件个数/个
现在	135÷（1.5+1）=54（个）	135-54=81（个）
第二次	54-45=9（个）	81+45=126（个）
第一次	9+36=45（个）	126-36=90（个）

例 2、 甲、乙、丙、丁各有棋子若干枚，甲先拿出自己棋子的一部分给乙、丙，使乙、丙每人的棋子各增加一倍，然后乙也把自己的棋子的一部分以同样的方式给丙、丁，丙也将自己的棋子的一部分以这样的方式给了甲、丁，最后丁也将自己的棋子的一部分以这样的方式给了甲、乙。这时四人的棋子都是 16 枚。原来甲、乙、丙、丁四人各有棋子多少枚？

分析：最后一次四人的棋子都是 16 枚，每次变化中，有一人的棋子数未动，有两人的

棋子数增加一倍，倒推时应除以“2”，另一个人的棋子数减少了两人增加的总数。

我们可以用列表法进行倒推：

	甲/枚	乙/枚	丙/枚	丁/枚
初始情况				
第一次				
第二次				
第三次				
第四次				

例 3、王师傅和李师傅一起打一份稿件。王师傅打 5 分钟，李师傅打 6 分钟，两人一共打了 757 个字。已知王师傅每分钟比李师傅多打 15 个字。王师傅每分钟打多少个字？李师傅每分钟打多少个字？

分析：王师傅每分钟比李师傅多打 15 个字，王师傅 5 分钟就比李师傅多打了 15*5=75 个字，757-75=682，也就是李师傅在 11（5+6）分钟打了 682 个字，每分钟打 682/11=62 个字，王师傅每分钟打 15+62=77 个字。

例 4、文具店里铅笔的支数是钢笔的 2 倍，每天卖出钢笔 15 支，铅笔 20 支，若干天后，钢笔卖完，铅笔还有 80 支，文具店里原有钢笔多少只，铅笔有多少只？

分析：因为铅笔数是钢笔的 2 倍，每天卖出钢笔 15 支，那么每天卖出铅笔 30 支的话正好同时卖完没有剩余，但是现在每天只卖 20 支，少卖 30-20=10，结果剩余 80 支，80/10=8，就是卖了 8 天，铅笔有 8*20+80=240（支），钢笔有 240/2=120（支）

例 5、20 个同学种树，男同学每人种树 8 棵，女同学每人种树 3 棵，男同学一共比女同学多种树 28 棵。参加种树的男同学有多少人？

分析：先假设有 10 个男同学，10 个女同学，男同学种 10*8=80，女同学种 10*3=30，男比女多种了 80-30=50 棵，而实际男同学比女同学多种了 28 棵，多了 50-28=22 棵，是因为我们把一部分女同学假设成了男同学，那么假设错的人数是 22/（8+3）=2 人，那么男同学就应该有 10-2=8 人，女同学有 10+2=12 人。

三、课堂练习

1、填一填。

（1）（□+5）÷7-0.5=4.5，□=（　　　）。

（2）（△×6-△-2）÷6=3，△=（　　　）。

2、一瓶油先吃去 0.4 千克，再吃去余下的一半，这时还剩油 0.3 千克，这瓶油有多少千克？

3、某数加上 5，乘以 5，减去 5，除以 5，其结果还是 5，这个数是多少？

4、四、五年级同学去植树，上午植的棵数比总数的一半少 6 棵，下午植的棵数比所剩下的一半多 8 棵，结果还剩 25 棵没有种，这批树苗有多少棵？

5、一次数学竞赛，共 15 题，每做对一题得 8 分，做错或不做倒扣 4 分，小刚得了 84 分，问他做对了几道题？

6、小文买了 3 个笔记本和 8 个练习本，共用去 14.6 元钱，每本练习本比每本笔记本便宜 2.3 元，笔记本和练习本的单价各是多少元？

7.某学校进行军训活动，晴天每天行 18 千米，雨天每天行 12 千米，12 天共行 204 千米，这期间雨天有多少天？

8.学校春游共用了 10 辆客车，已知大客车每辆可乘 50 人，小客车每辆可乘 30 人，大客车比小客车一共多乘 260 人，大小客车各几辆？

四、课后作业

1、东东和阳阳共有邮票 120 枚，东东把 20 枚阳阳喜欢的花卉邮票送给阳阳后，阳阳选

出了 15 枚东东喜欢的动物邮票送给东东，这时，东东的邮票是阳阳的一半，东东与阳阳原来各有邮票多少枚？

2、有一筐苹果，第一次取出全部的一半多 2 个，第二次取出余下的一半少 2 个，筐中还剩 20 个，筐中原有苹果多少个？

3、猴子吃桃子，第一天吃了一半又一个，第二天吃了余下的一半又一个，第三天也吃了余下的一半又一个，第四天、第五天都分别吃了前一天余下的一半又一个，最后剩下一个桃子，原有桃多少个？

4、　买语文书 30 本,数学书 24 本共花 83.4 元.每本语文书比每本数学书贵 0.44 元.每本语文书和数学书的价格各是多少元？

5、在 3 各同样的大箱子和 4 个同样的小箱子厘装满了同一种玩具，正好是 120 个，每个大箱子比小箱子多装 5 个，每个大箱子和小箱子各装多少个？

6、、鸡兔同笼，共有头 48 个，脚 132 只，求鸡和兔各有多少只？

7、小明给班里买了甲、乙两种电影票共 50 张，甲票每张 0.5 元，乙票每张 0.35 元，共花了 19.6 元，问买甲票和买乙票各多少张？

8、2 分和 5 分的硬币共 36 枚　共值 99 分。问两种硬币各多少枚？

9、一次数学竞赛共有 20 道题。做对一道题得 5 分，做错一题倒扣 3 分，小明考了 52 分，　你知道刘冬做对了几道题？

10、托运水瓶胆 350 箱，每箱装 6 个。合同规定每箱运费 10 元，如果损坏一箱，不给运费并赔偿损失 50 元。结算时共得运费 3200 元。一共损坏了多少个水瓶胆？

行程问题

<table>
<tr><td>模块名称</td><td colspan="3">行程问题</td></tr>
<tr><td>总体模块目标</td><td colspan="3">1.　掌握相遇、追及、行船、流水等模型的行程问题；
2.　能够将图示法、整体思想法、转化思想法运用到行程问题解题中；
3.　加强学生兴趣培养，同时提高学生分析问题的能力。</td></tr>
<tr><td>教学重点</td><td colspan="3">1.学生能够了解并掌握追及、相遇、行船等问题的模型。</td></tr>
<tr><td>教学难点</td><td colspan="3">1.学生理解行船、流水模型并进行灵活运用。</td></tr>
<tr><td>课型建议</td><td colspan="3">一对一个性化教学</td></tr>
<tr><td rowspan="4">主要内容</td><td>编号</td><td>每讲标题</td><td>课程容量</td></tr>
<tr><td>第一讲</td><td>相遇问题，追及问题</td><td>3</td></tr>
<tr><td>第二讲</td><td>行船和火车过桥问题</td><td>2</td></tr>
<tr><td>第三讲</td><td>运用整体思想、转化思想解决问题</td><td>3</td></tr>
</table>

第一讲　相遇问题和追及问题

教学目标	1．掌握相遇问题的常见类型及示意图的画法； 2．掌握追及问题的常见题型及示意图的画法； 3．能够解决较复杂的相遇问题、追及问题； 4．能够解决相遇与追及的综合问题。
教学重点	1．相遇追及问题的基本题型解决以及分析示意图的画法； 2.相遇与追及的综合问题的分析与解决。
教学难点	相遇与追及的综合问题的示意图的分解与状态的分解及解决策略。
教学方法建议	讲练结合，当堂反馈，加强巩固，举一反三。

一、知识梳理

在行程问题中，有时要讨论两个或几个运动物体（人、车、船等）行进的关系，当它们在同一段路两个不同的地点相向而行时，如果同时到达一个地点，通常叫做相遇；

当它们同向而行时，如果后面的行进速度比前面快，后面的与前面的同时到达同一地点，通常叫做追及。

相遇问题解题思路：**速度和×相遇时间=总路程**

追及问题解题思路：**速度差×追及时间=多行路程**

二、精讲例题

例题 1 ． 两辆汽车从相距 276 千米的两地相对开出，一辆汽车每小时行 57 千米，另一辆汽车每小时比它每小时快 1 千米。(1) 经过几小时两车相遇？（2）从开始到相距 46 千米用了几个小时？（3）从开始到相遇后又相距 69 千米共用了几个小时？

【分析与解】这是一道典型的相遇问题，由“速度和×同时行的时间＝路程和”可知，要求时间，关键是要能通过题目中条件正确推导出其同时行的路程和。问题 1，所对应的路程和是 276 千米；问题 2，所对应的路程和是 276－46＝230（千米）；问题 3，所对应的路程和是 276＋69＝345（千米）。显然，问题 1，两车相遇时间：276÷（57×2＋1）＝2.4（小时）；问题 2，从开始到相距 46 千米所用时间：230÷（57×2＋1）＝2（小时）；问题 3，从开始到相遇后又相距 69 千米所用时间：345÷（57×2＋1）＝3（小时）。

【总结说明】速度和×同时行的时间＝同时行的路程；2. 同时行的路程和不一定就是两地间的距离。

例题 2 ． A、B 两地相距 470 千米，乙车每小时以 40 千米，甲车以每小时 46 千米的速度先后从两地出发，相向而行，相遇时甲车行驶了 230 千米。问：乙车比甲车早出发几小时？

【分析与解】相遇问题通常都可以运用“速度和×同时行的时间＝路程和“的公式解决问题，此题要求时间，但两车行驶时间却不相同，所以给解题带来了障碍。根据“相遇时甲车行驶了 230 千米”这一数学信息我们却可以求出甲车行驶时间：230÷46＝5（小时）。因为路程和不变，即甲车行驶路程＋乙车路程＝路程和，所以乙车路程为 476－230＝240（千米），乙车速度为：240÷40＝6（小时）。显然，乙车比甲车早出发的时间为：6－5＝1（小时）。

当知道甲车行驶时间，我们还可以算出甲乙两车同时行的路程：（46＋60）×5＝430（千米），自然，乙车先行驶的时间：（470－430）÷40＝1（小时）。

例题 3．甲、乙两人同时从 A、B 两地相对而行，甲每分钟行 200 米，乙每分钟行 160 米。两人在距中点 80 米处相遇。A、B 两地相距多少千米？

【分析与解】由题意可知二人的速度，所以解题的关键在于求出同时行驶的时间。由“两人在距中点 80 米处相遇”得，较快的甲所行路程比一半路程多 80 米，而乙正好相反，即比一半路程少 80 米，如此可知，相遇时甲比乙多行路程，即路程差 80×2＝160（米）。根据甲乙的速度，我们不难得出甲乙每分钟产生的路程差，即速度差 200－160＝40（米）。甲乙两车同时行的时间：160÷40＝4（分），那 A、B 两地相距：（200＋160）×4＝14400（米）＝1.44（千米）。

【总结说明】速度差×同时行的时间＝路程差。

例题 4．晚饭后，小明和爸爸沿同一条公路去散步，小明走得慢，每分钟走 60 米，所以他先从家出发。5 分钟后，爸爸以每分钟 80 米的速度去追小明。爸爸经过多少分钟可以追上小明？

【分析与解】爸爸要想追上小明最终离开家的距离必须要和小明相同，即爸爸从家出发到追上小明这段时间要比小明多行小明前面 5 分钟所走的路程：5×60＝300（米）。而每分钟爸爸要比小明多走：80－60＝20（米），300 里面有几个 20 就是需要几分钟可以追上小明。显然，300÷20＝15（分），即爸爸经过 15 分钟可以追上小明。

例题 5．甲、乙两人相距 40 千米，甲先出发 1.5 小时，乙再出发，甲在后乙在前，两人同向而行，甲的速度为每小时 8 千米，乙的速度为每小时 6 千米，甲出发后几小时追上乙？

【分析与解】甲、乙两人原来相距 40 千米，但由于甲先出发 1.5 小时，所以两车开始追及时相距：40－8×1.5＝28（千米）。也就是说，甲车追上乙车时比乙车多行 28 千米。根据“**速度差**×同时行的时间＝路程差”，不难求出同时行的时间：28÷（8－6）＝14（时），再加上甲先出发 1.5 小时：14＋1.5＝15.5（小时），即是甲出发后追上乙所用时间。

例题 6．甲、乙两村相距 3550 米，小伟从甲村步行往乙村，出发 5 分钟后，小强骑自行车从乙村前往甲村，经过 10 分钟遇见小伟。小强骑车每分钟行的比小伟步行每分钟多 160 米，

小伟每分钟走多少米?

【分析与解】如果小强每分钟少行 160 米，他行的速度就和小伟步行的速度相同，这样小强 10 分钟就少行了 160×10=1600（米），小伟（5＋10）分钟和小强 10 分钟一共行走的路程是 3550－1600=1950（米），那么小伟每分钟走的路是 1950÷（5＋10＋10）=78（米）。

三、课堂练习

1．甲、乙二人在一个长 400 米的环形跑道上从同一点，同时反向而行，甲每分钟走 45 千米，乙每分钟走 35 千米，多少分钟后两人第一次相遇?

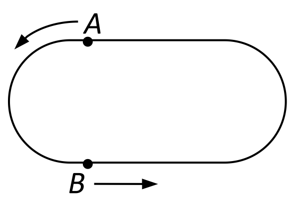
2．两地之间的路程长 300 千米，每辆汽车同时从两地相向开出，2.5 小时后两车之间还相距 50 千米，已知一辆汽车每小时行 45 千米，另一辆汽车每小时行多少千米?

3. 快车和慢车同时从甲、乙两站出发，相向而行，经过 5 小时相遇。相遇后快车继续行驶 4 小时到达乙地。已知慢车每小时行 52 千米，甲、乙两站相距多少千米?

4.（2010·树人）张家港到南京的路程长 240 千米。甲、乙两辆汽车同时从张家港和南京相对开出，经过 1.5 小时两车在途中相遇。已知甲车的速度是乙车的 3/5，乙车每小时行多少千米?

5.（2008·树人）星期天，王成从家出发骑自行车到图书馆看书，每分钟行 200 千米。骑 5 分钟后，他发现车胎坏了，只好改为推车步行，速度是骑车的 2/5。这样他比预定时间迟到了 15 分钟。（1）王成从家到图书馆实际用了多少分钟?（2）王成家与图书馆相距多少千米?

6. 在 400 米环形跑道上,A、B 两点相距 100 米(如图).甲、乙两人分别从 A、B 两点同时出发,按逆时针方向跑步.甲每秒跑 5 米,乙每秒跑 4 米,每人每跑 100 米,都要停 10 秒钟.那么,甲追上乙需要多少秒?



四、课堂总结

相遇问题解题思路：**速度和×相遇时间=总路程**

追及问题解题思路：**速度差×追及时间=多行路程**

五、课后作业

1. 一列客车和一列货车同时从相距 20 千米的两地相背而行，客车每小时行 68 千米，货车每小时行 52 千米，5 小时后两车相距多少千米？

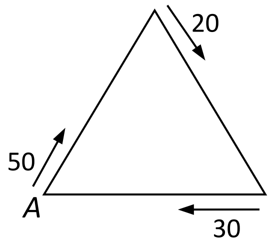
2. 两港相距 267 千米，货船以每小时 33 千米的速度，客船以每小时 45 千米的速度先后从两港开出，相向而行，相遇时客船行了 135 千米。货船比客船提前几小时开出？

3. 两地相距 93 千米，甲、乙两人骑自行车同时从两地相对出发，经过 3 小时相遇。相遇后又同时行驶了 2 小时，这时，甲、乙两人相距多少千米？

4. 甲、乙两地相距 352 千米. 甲、乙两汽车从甲、乙两地对开. 甲车每小时行 36 千米, 乙车每小时行 44 千米. 乙车因事, 在甲车开出 32 千米后才出发. 两车从各自出发起到相遇时, 哪辆汽车走的路程多?多多少千米?

5. 甲、乙两车从 A、B 两城市对开, 已知甲车的速度是乙车的 $\frac{5}{6}$. 甲车先从 A 城开 55 千米后, 乙车才从 B 城出发. 两车相遇时, 甲车比乙车多行驶 30 千米. 试求 A、B 两城市之间的距离.

6. 一只蚂蚁沿等边三角形的三条边由 A 点开始爬行一周. 在三条边上爬行的速度分别为每分 50 厘米、每分 20 厘米、每分 30 厘米(如右图). 它爬行一周的平均速度是多少?



第二讲　行船问题和火车过桥问题

教学目标	1．掌握解决行船问题、火车过桥问题的基本模式； 2．能够解决较复杂的行船问题、火车过桥问题； 3．能够解决行船与流水的综合问题。
教学重点	1．掌握行船问题、火车过桥问题的解题模式。
教学难点	2. 理解并掌握行船问题、火车过桥的解题模式。
教学方法建议	讲练结合，当堂反馈，加强巩固，举一反三。

一、知识梳理

1.“火车过桥”问题是特殊的行程问题。桥是静止的，火车是运动的，火车过桥是指车头开始上桥到车尾离桥的整个过程。在解题时，要考虑车长。尽管这类问题比较特殊，但行程问题的基本公式：速度×时间=路程，在此类问题中也同样适用。

2.行船问题和行程问题类似，也存在路程、速度与时间之间的数量关系，同时还涉及水流问题。

解此类问题前需掌握几个概念：船速、水速、顺水速度和逆水速度。船在静水中航行的速度叫船速；河水流动的速度叫水速；船从上游向下游顺水而行的速度叫顺水速度；船从下游逆水而行的速度叫逆水速度。它们之间关系主要有：

顺水速度＝船速＋水速

逆水速度＝船速－水速

船速＝(顺水速度＋逆水速度)÷2

水速＝(顺水速度－逆水速度)÷2

二、精讲例题

例题 1 ．一列火车长 150 米，行驶速度是 18 米/秒。这列火车要通过一座长 300 米的大桥，需要多少秒？

【分析与解】画出示意图 1。从图 1 可知，火车通过大桥是指火车车头开始上桥到车尾离开桥的全过程，通过大桥所行驶的路程是车头或车尾所行驶的路程，即桥长加车长。根据路程÷速度=时间，可求出火车经过桥面所运行的时间为（150＋300）÷18＝25（秒）。

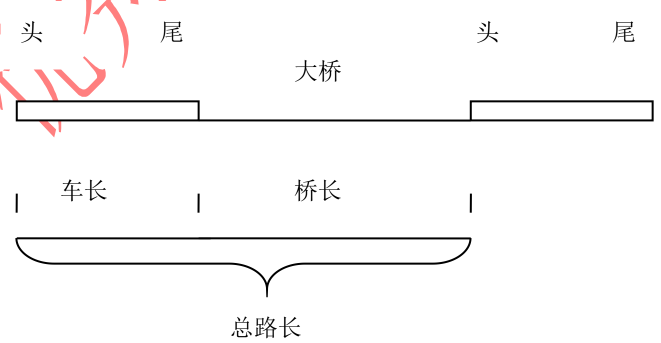


图 1

例题 2. 火车通过长为 90 米的铁桥用了 22 秒，如果火车的速度加快 1 倍，它通过 180 米隧道就用 16 秒。求火车车长和原来的速度。

【分析与解】 若火车仍按原来的速度通过 162 米的铁桥，那火车要用 16×2=32(秒)。根据已知，隧道比铁桥多 180-90=90（米），火车要多走 32－22=10（秒），因此火车原来速度为 90÷10=9（米/秒），火车长则为 9×22－90=108（米）。

例题 3. 402 位少先队员排成两路纵队去参观世博园，队伍每分钟前进 25 米，前后两人都相距 1 米现在队伍要通过一座长 700 米的桥，整支队伍从上桥到离桥共需几分钟？

【分析与解】 将整支队伍长度看作“车长”，因为每路纵队有 402÷2=201（位），前后两人都相距 1 米，所以，整支队伍的长度为 1×(201－1)=200(米)，即为“车长”。“车长”求出后，便可求出过桥的时间(700+200)÷25=36(分)。

例题 4. 一艘轮船在静水中速度是 23 千米/时，它逆水航行 252 千米用了 14 小时，那该船返回原地需要多少小时？

【分析与解】 求轮船返回原地的用时就是求轮船顺水航行 144 千米的用时。顺水速度＝船速＋水速，轮船在静水中的速度已知，所以只需求出水流速度。据题意，求水速只能依靠逆水速度与船速、水速的关系来求。水速＝船速－逆水速度＝23－252÷14＝5(千米/时)，顺水速度 23＋5＝28(千米/时)，轮船返回原地所需时间 252÷28=9(时)。

例题 5. 甲、乙两港口相距 144 千米，一只船从乙港逆水而上，行了 9 小时到达甲码头。已知船速是水速的 17 倍，这只船从甲港返回乙港需要几小时？

【分析与解】 根据两港间距离和乙港逆水行至甲港用 9 小时，可求出该船的逆水速度为 144÷9＝16(千米/时)，逆水速度＝船速－水速，已知船速是水速的 17 倍，则船速与水速相差了(17－1)倍，说明逆水速度刚好相当于水速的(17－1)倍，因此，可以求出水速为 16÷（17－1）＝ 1(千米/时)，根据逆水速度与水速，又可求出顺水速度为 16＋1×2＝18(千米/时)，顺水而下所用时间为 144÷18＝8（时）。

【总结说明】 *顺水速度＝逆水速度＋水速×2。*

例题 6. 甲船逆水航行 360 千米需 18 小时，返回原地需 10 小时；乙船逆水航行同样一段距离需 15 小时，返回原地需多少小时？

【分析与解】由题中甲船逆水、顺水航行的距离和时间，可以得到甲船的顺水速度：360÷10＝36（千米/时），甲船逆水速度：360÷18＝20（千米/时），进一步得出水速：（36－20）÷2＝8（千米/时）；同样由乙船逆水行驶时间得到乙船的逆水速度：360÷15＝24（千米/时）。此时，已知水速和乙船逆水速度可得出乙船顺水速度：24＋8×2＝40（千米/时），进一步，乙船顺水行驶所用时间为：360÷40＝9（时），即乙船返回原地所用时间。

三、课堂作业

1. 一列火车通过一条长 1260 米的桥梁(车头上桥直至车尾离开桥)用了 60 秒，火车穿越长 2010 米的隧道用了 90 秒。求这列火车的车速和车长。

2. 公路两边的电线杆间隔都是 30 米，一位乘客坐在运行的汽车中，他从看到第 1 根电缆杆到看到第 26 根电线杆正好是 3 分钟。这辆汽车每小时行多少千米?

3. 一艘轮船往返于相距 240 千米的甲、乙两港之间，逆水速度是每小时 18 千米，顺水速度是每小时 26 千米。一艘汽艇的速度是每小时 20 千米，这艘汽艇往返于两港之间共需多少小时?

4. 静水中,甲船速度是每小时 22 千米,乙船速度是每小时 18 千米,乙船先从某港开出顺水航行,2 小时后甲船同方向开出,若水流速度为每小时 4 千米,求甲船几小时可以追上乙船?

5. 一条轮船在两码头间航行,顺水航行需 4 小时,逆水航行需 5 小时,水速是 2 千米,求这轮船在静水中的速度。

6. 一列火车长 119 米，它以每秒 15 米的速度行驶，小华以每秒 2 米的速度从对面走来，经过几秒钟后火车从小华身边通过？

四、课堂总结

顺水速度＝船速＋水速

逆水速度＝船速－水速

船速＝(顺水速度＋逆水速度)÷2

水速＝(顺水速度－逆水速度)÷2

五、课后作业

1. 一座铁路桥全长 1200 米，一列火车开过大桥需要 75 秒;火车经过路旁电杆，只要 15 秒。这列火车长多少米?

2. 甲、乙两地水路相距 208 千米，一只船从甲地开往乙地顺水 8 小时到达，从乙地返回甲地，逆水 13 小时到达。求该船在静水中速度和水速各是多少？

3. 一列火车长 200 米，它以每秒 10 米的速度穿过 200 米长的隧道，从车头进入隧道到车尾离开隧道共需要多少秒？

4. 一人以每分钟 60 米的速度沿铁路边步行，一列长 144 米的客车从他身后开来，从他身边通过用了 8 秒钟，求列车的速度。

5. A、B 两码头间河流长为 90 千米，甲、乙两船分别从 A、B 码头同时启航. 如果相向而行 3 小时相遇，如果同向而行 15 小时甲船追上乙船，求两船在静水中的速度。

6. 乙船顺水航行 2 小时，行了 120 千米，返回原地用了 4 小时. 甲船顺水航行同一段水路，用了 3 小时. 甲船返回原地比去时多用了几小时？

第三讲　运用整体思想、转化思想解行程问题

教学目标	1. 学会用整体思想解答行程问题； 2. 学会用转化思想解答行程问题
教学重点	教会学生理解整体思想和转化思想，并将其运用到行程问题解题中。
教学难点	学生能够灵活运用这两种数学思想方便自己解题。
教学方法建议	讲练结合，当堂反馈，加强巩固，举一反三。

一、知识梳理

1. 转化思想。转化也称化归，它是指将未知的，陌生的，复杂的问题通过演绎归纳转化为已知的，熟悉的，简单的问题，从而使问题顺利解决的数学思想。

2. 整体思想。所谓整体思想解题，就是指解题时把注意力和着眼点放在问题的整体结构上，从而触及问题的本质，达到求解的目的。

二、例题精讲

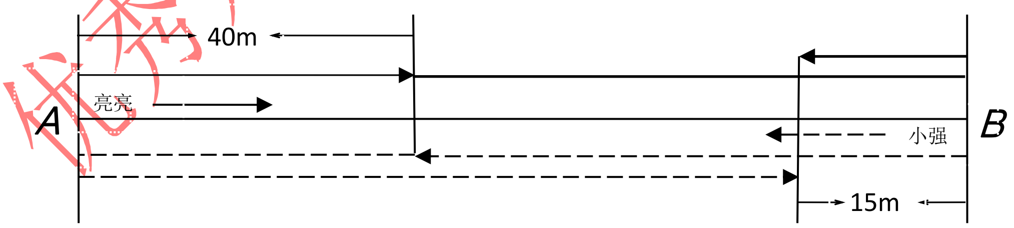
例题 1．甲、乙两人同时从相距 100 里的两地相对出发，甲带的一条狗也同时出发，狗以每小时 10 里的速度向乙奔去，遇到乙后立即返回，向甲奔去，遇到甲后又奔向乙，…就这样，狗不停地来回奔跑于甲、乙之间，直到甲乙相遇，狗才停歇。如果甲每小时行 6 里，乙每小时跑 4 里，问这条狗一共奔跑了多少里？

【分析与解】这里我们需要运用整体思想来解题。所谓整体思想解题，就是指解题时把注意力和着眼点放在问题的整体结构上，从而触及问题的本质，达到求解的目的。要求狗跑的路程，就得求出狗跑的时间，而狗跑的时间正好就是甲、乙两人的相遇时间，即 100÷（6+4）=10（小时）。最后用狗跑的速度乘以它所跑的时间就可以算出狗跑的路程，即 10×10=100（里）。

例题 2．亮亮、小强两人同时从 A、B 两地出发相向而行，两人在途中距 A 地 40 米处第一次相遇，相遇后两人仍以原速继续行驶，并在各自到达对方出发点后立即沿原路返回，途中两人在距 B 地 15 米处第二次相遇。求 A、B 两地的路程。

【分析与解】此题中亮亮、小强两人第一次相遇时，即两人行了一个全程时，亮亮行了 40 米，这是一个不变量，是解决本题的关键。当两人按原速度继续行驶到距 B 地 15 米处，第二次相遇，此时他们总共行了三个全程。这时，亮亮共行了 40×3=120（米），减去距 B 地的 15 米，就是 A、B 两地的全程，即 40×3−15=105（米）。

附图：



例题 3．小明上午 8 时骑自行车以每小时 12 千米的速度从 A 地到 B 地，小强上午 8 时 40 分骑自行车以每小时 16 千米的速度从 B 地到 A 地，两人在 A、B 两地的中点处相遇，A、B 两地间的路程是多少千米？

【分析与解】这是一个相向而行相遇求路程的问题。但两人不是同时出发，如果能转换成同

时出发，并且求出行多少小时相遇，就可以用数学课学的方法解答。

两人在两地间的路程的中点相遇，但小明比小强多行了 40 分钟，如果两人同时出发，相遇时，小明行的路程就比小强少 12÷60×40=8（千米），就是当小强出发时，小明已经行了 8 千米，从 8 时 40 分起两人到两人相遇，由于小明每小时比小强少行 16－12=4（千米），说明两人相遇时间是 8÷4=2（小时），那么，A、B 两地间的路程是 8＋（12＋16）×2=64（千米）。

例题 4． 骑车人以每分钟 200 米的速度沿公共汽车路线行进，当他距离始发站 3600 米时，一辆公共汽车以每分钟 500 米的速度从始发站出发。已知公共汽车每行 3 分钟到一站停车 1 分钟，问公共汽车追上骑车人用多少分钟？

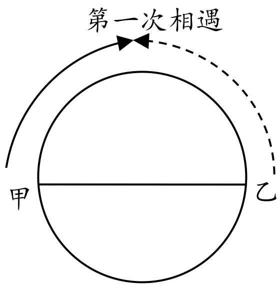
【分析与解】此题最大的障碍就是公共汽车每行 3 分钟到一站停 1 分钟，这里我们不妨运用整体思想，把公共汽车行车 3 分、停车 1 分看成一个整体，即一个行车周期，公共汽车每一个行车周期比骑车人多行;500×3－200×4＝700（米），但在这个周期的前 3 分钟，最多能比骑车人多行：500×3－200×3＝900（米），所以最后留下的一段路程长度不能超过 900 米。3600＝700×4＋800，4×4＋800÷（500－200）＝$18\frac{2}{3}$（分），即公共汽车追上骑车人要用 $18\frac{2}{3}$ 分钟。

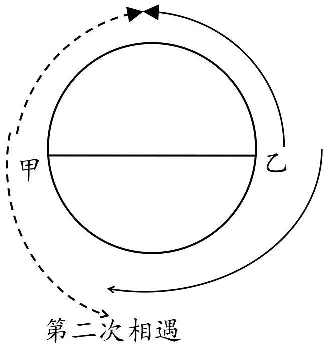
例题 5. 甲每分钟走 85 米，乙每分钟走 77 米，丙每分钟走 65 米。现甲从 A 地，乙、丙从 B 地同时出发。甲、乙相遇后 4 分钟甲丙相遇。求 A、B 两地之间的距离。

【分析与解】根据甲、乙相遇后 4 分钟甲、丙相遇以及甲、丙两人的速度，可以得出甲、乙相遇时甲、丙之间的距离：（85＋65）×4＝600（米），也就是乙、丙同时同向出发，乙多走 600 米。如此，原题的关键部分就被转化为：“乙每分钟走 77 米，丙每分钟走 65 米，几分钟后乙在丙前 600 米？”，这是常规的追及问题，不难求出追及时间：600÷（77－65）＝50（分），即 50 分钟后乙在丙前 600 米、甲乙两车相遇。进一步，A、B 两地间距离为：（85＋77）×50＝8100（米）。

例题 6. 在周长为 200 米的圆形跑道的一条直径的两端，甲、乙二人骑自行车分别以 6 米/秒和 5 米/秒的速度同时相向出发（即一个顺时针一个逆时针），沿跑道行驶．问：16 分钟

内，甲乙相遇多少次？





【分析与解】根据题意，设甲顺时针方向，乙逆时针方向行驶。结合图示，甲、乙按题目要求行驶，第一次相遇时，一共走过的路程为 $\frac{200}{2}$，即 100 米，所需的时间为 $\frac{100}{5+6}$，即，$\frac{100}{11}$ 秒。

从图上可以明显看出，第二次相遇时，一共走过的路程为 200 米，所需时间为 $\frac{200}{11}$ 妙。

根据题意并结合图示，从第一次相遇以后，甲、乙两人每隔 $\frac{200}{11}$ 妙就相遇一次，所以，16 分钟内，甲、乙相遇的次数为：$(60\times16-\frac{100}{11})\div\frac{200}{11}+1\approx52+1=53$（次）

三、课堂作业

1. 甲、乙两辆汽车同时从 A、B 两地相对开出，甲每小时行 75 千米，乙每小时行 65 千米。甲、乙两车第一次相遇后继续前进，分别到达 B、A 两地后，立即按原路返回，两车从出发到第二次相遇共行了 6 小时。A、B 两地相距多少千米？

2. （2011・梅岭）甲、乙两人同时从相距 30 千米的两地出发，相向而行。甲每小时走 3.5 千米，乙每小时走 2.5 千米。与甲同时、同地、同向出发的还有一只狗，每小时跑 5 千米，狗碰到乙后就回头向甲跑去，碰到甲后又回头向乙跑去……这只狗就这样往返于甲、乙之间直到两人相遇而止，则相遇时这只狗共跑了多少千米？

3. 摩托车和汽车从相距 30 千米的甲、乙两地同时同向出发（汽车在前），摩托车每小时行 65 千米，汽车每小时行 40 千米，途中摩托车发生故障，修理了半小时后继续前进。问：摩托车和汽车相遇时各行了多少千米？

4. 甲站向乙站开出一列快车，速度是每小时 65.5 千米，过了 1 小时后，又从甲站开出一列慢车，速度是每小时 58.5 千米，当快车到达乙站时，慢车离乙站还有 104 千米。问：甲、乙两站相距多少千米？

5. 甲、乙二人同一天从北京出发沿同一条路骑车往广州，甲每天行 100 千米，乙第一天行 70 千米，以后每天都比前一天多行 3 千米，直到追上甲，乙出发后第几天追上甲？

6. 甲、乙二人在 400 米圆形跑道上进行 10000 米比赛.两人从起点同时同向出发,开始时甲的速度为每秒 8 米,乙的速度为每秒 6 米.当甲每次追上乙以后,甲的速度每秒减少 2 米,乙的速度每秒减少 0.5 米.这样下去,直到甲发现乙第一次从后面追上自己开始,两人都把自己的速度每秒增加 0.5 米,直到终点.那么领先者到达终点时,另一人距终点多少米?

四、课堂总结

1.转化思想。转化也称化归，它是指将未知的，陌生的，复杂的问题通过演绎归纳转化为已知的，熟悉的，简单的问题，从而使问题顺利解决的数学思想。

2.整体思想。所谓整体思想解题，就是指解题时把注意力和着眼点放在问题的整体结构上，从而触及问题的本质，达到求解的目的。

五、课外作业

1.甲、乙两名同学从相距 100 米的两地同时出发，相向而跑，当跑到另一地后立即返回。甲每秒跑 6.5 米，乙每秒跑 5.5 米。经几秒两人第二次相遇？

2.甲、乙两地之间的距离是 420 千米。两辆汽车同时从甲地开往乙地，第一辆汽车每小时行 42 千米，第二辆汽车每小时行 28 千米，第一辆汽车到乙地后立即返回。两辆汽车从开出到相遇共用了多少小时？

3.一辆汽车从甲地开出，以每小时 50 千米的速度行了 2 小时后，一辆摩托车从甲地开出紧紧追赶，速度为每小时 80 千米。摩托车几小时后可追上汽车？

4.客、货两车从相距 120 千米的 A、B 两地同时同向出发（客车在前），货车每小时行 75 千米，客车每小时行 60 千米，途中客车发生故障，修理了 1 小时后继续前进。问:客车和货车相遇时各行了多少千米？

5.甲乙两站相距 360 千米，客车和货车同时从甲站出发驶向乙站，客车每小时行 60 千米，货车每小时行 40 千米，客车到达乙站后又以原速立即返回甲站，与货车相遇，从出发到相遇共经过多少小时？

6. 李明和王华步行同时从 A、B 两地出发，相向而行，在离 A 地 52 米处相遇，到达对方出发点后，两人立即以原来的速度沿原路返回，又在离 A 地 44 米处相遇。A、B 两地相距多少米？

探索规律

教学目标	1.通过复习进一步了解算式中的规律、数列中的规律、数与形结合、间隔排列、简单搭配、简单周期现象和简单图形覆盖现象中的规律。 2.通过对数学信息的解读，准确地发现规律，提出数学问题，正确、熟练地运用列举、画图、计算和有序思考等方法解决问题。
教学重点	帮学生建立“解读数学信息——提出数学问题——建立数学模型——运用方法解决问题”的解题模式
教学难点	促进学生主动进行观察、实验、猜测、验证、推理，培养自主审题、解题的能力
教学方法建议	启发法、谈话法、讲练结合
课型建议	一对一

一、知识梳理

1、算式中的规律

解决此类题，应先认真观察算式特点，再观察结果的特点，从而寻找规律来解决。

如：1×1＝1

11×11＝121

111×111＝12321

1111×1111＝1234321

11111×11111＝123454321

此算式中的特点是：每个算式中两个因数各数位上的数字都是 1，且个数相同。积的特点是积里的数字呈对称形式，且前半部分是从 1 开始写至某个数字（此数字即因数的位数），后半部分是从比这个数字少 1 的数写至 1。

2、数列中的规律

（1）规律蕴涵在相邻两数的差或倍数中。

（2）前后几项为一组，以组为单位找关系才可找到规律。

（3）需将数列本身分解，通过对比才能发现其规律。

3、数与形结合中的规律

4、间隔排列中的规律

（1）两种物体间隔排列，如果两端的物体相同，那么排在两端的物体的个数比排在中间的物体多一个。

（2）两种物体间隔排列成一圈，两种物体的数量相等。

5、简单搭配中的规律

搭配问题的解题思路类似于乘法原理，即做一件事，完成它需要分成 n 个步骤，做第一步有 m_1 种不同的方法，做第二步有 m_2 种不同的方法……做第 n 步有 m_n 种不同的方法，那么完成这件事有 $N=m_1\times m_2\times\cdots\times m_n$ 种不同的方法。

6、简单周期现象中的规律

解答周期问题的关键是找出周期。确定周期后，用总量除以周期，如果正好有整数个周期，结果为周期里的最后一个；如果比整数个周期多 n 个，那么结果为下一个周期里的第 n 个；如果不是从第一个开始循环，可以从总量里减掉不是循环的个数后，再继续算。

7、简单图形覆盖现象中的规律

总共有几个数 — 每次框几个数 ＝（依 次）平移的次数 $\xrightarrow{+1}$ 得到几个不同的和

二、精讲例题

例题 1、先观察下面各算式，找出规律，再填空。

（1）12345679×9＝111111111　　（2）12345679×18＝222222222

（3）12345679×27＝（　　　　）　（4）12345679×54＝（　　　　）

（5）（　　　　）×72＝888888888（6）（　　　　）×（　）＝999999999

分析与解：在这一组算式中，一个因数不变，另一个因数和积在变化，当另一个因数由 9 变成 18 时扩大到了原来的 2 倍，积也扩大了 2 倍；反过来，积扩大到原来的几倍，其中一个因数也扩大到原来的几倍。根据这一规律，可以填出后面几道题。

（3）12345679×27＝333333333（4）12345679×54＝666666666

（5）12345679×72＝888888888（6）12345679×81＝999999999

例题 2、在（　）里填上合适的数。

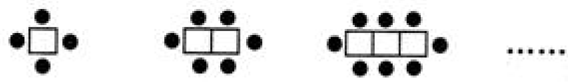
（1）1，2，4，8，16，（　），（　）

（2）1，1，2，3，5，8，（　），（　），34

（3）12，15，17，30，22，45，（　　），（　　），32,75

分析与解：观察（1）每一个数是前一个数的 2 倍，故填 32 和 64；（2）以组为单位才能找到规律，从第三个数开始，每个数由前面两个数相加所得，所以填 13 和 21；（3）需将数列分解，通过对比才能找到规律。第 1,3,5 个数依次相差 5，第 2,4,6 个数依次相差 15，正确的答案为 27 和 60。

例题 3、一张桌子可以坐 4 人，两张桌子拼起来可以坐 6 人，三张桌子拼起来可以坐 8 人（如图），像这样（）张桌子拼起来可以坐 24 人，n 张桌子拼起来可以坐（）人。



分析与解：一张方桌坐 4 人，每多一张方桌就多坐 2 人；如果是 n 张方桌，则所坐人数是 4+2（n-1）=2n+2，当 2n+2=24 时，n=11；所以 11 张桌子拼起来可以坐 24 人，n 张桌子拼起来可以坐（2n＋2）人。

例题 4、有一条长 800 米的公路，在公路的一侧从头到尾每隔 20 米栽一棵杨树（两端都要种），需要多少棵杨树苗？

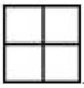
分析与解：根据棵数＝间隔数＋1，先算出间隔数为 40，再算出棵数。即 800÷20＋1＝41（棵）。

例题 5、由 1、2、3、4、5 五个数字组成的五位数共有 120 个，将他们从小到大排列起来，第 95 个数字是多少？

分析与解：首先要想这 120 个数是怎么来的。通过分析可知，万位上有 5 种选择，1 在万位上的情况有 4×3×2×1＝24（个），2,3,4,5 在万位上的情况也都是分别有 24 个，那么将这些数从小到大排列，第 96 个数为 4 在万位上的最大一个（这是由于 96＝24×4），为 45321，所以第 95 个数便为 4 在万位上的倒数第二个，为 45312。

例题 6、有一列数“7231652316523165……”，请问前 25 个数字的和是多少？

分析与解：这一列数是从第 2 个数字开始按照“23165”循环出现，减去第 1 个数后，总数是 24，周期数是 5，24÷5＝4（次）……4（个），这 4 个数是 2,3,1,6；第 2 个到第 25 个数字的和是（2＋3＋1＋6＋5）×4＋2＋3＋1＋6＝80，在求和时要记得加上第一个数字“7”，所以结果为 80＋7＝87。

例题 7、用形如正方形去框右面这个数表里的数，每次框出 4 个数，一共可以框出多少个不同的和？如果框出的 4 个数之和是 88，这 4 个数中最大的一个数是多少？

1	2	3	4	5	6	7
8	9	10	11	12	13	14
15	16	17	18	19	20	21
22	23	24	25	26	27	28
29	30	31	32	33	34	35

分析与解：（1）横着看，第一行和第二行一共有 6 种不同的框法，由于这些数自左向右都是逐渐增大的，所以就会框出 6 种不同的和；竖着看，第一列和第二列一共有 4 种不同的框法，由于这些数自上向下都是逐渐增大的，所以就会框出 4 种不同的和；再用 6 乘 4 就是框出不同和的个数；6×4=24（个）

（2）从表格可看出框的 4 个数，左右相邻的差 1，上下相邻的差 7，设最小的数是 x，右边的就为 x+1，x 下面的就为 x+7，x+7 右边的为 x+8；再由它们的和是 88 列出方程求解。

即 x+x+1+x+7+x+8=88，解得 x=18；18+8=26；最大的数为 26。

三、课堂练习

1、先观察算式，找出规律再填数。

21×9＝189　　　321×9＝2889　　　4321×9＝38889

（　　）×9＝488889　　（　　　　　）×9＝（　　　　　　）

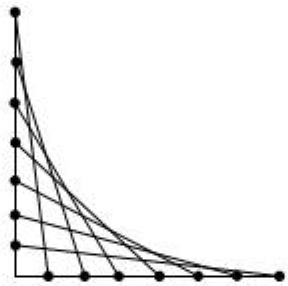
2、找规律填空。

（1）1, 2, 3, 5, 8, 13，（　　），（　　），…

（2）$1\frac{1}{4}, 3\frac{2}{9}, 5\frac{3}{16}, 7\frac{5}{25}, 9\frac{8}{36}$，（　　），（　　），…

（3）1. 1，　2. 2，　4. 3，　8. 4，　16. 5，　32. 6，（　　），（　　），…

3、如下图是一只蜘蛛在墙角织的网，连接图中黑点的蜘丝之间共有多少个交点？



4、把一根木料锯了 5 次，锯成了每段都是 6.8 分米长的小段，请问这根木料原来长多少米？

5、有三条不同颜色的裤子和 2 件不同式样的上衣，如果要你来搭配，你有多少种不同的搭配方法？

6、2012 年 6 月 1 日是星期日，那么 7 月 10 日是星期几？

7、在下面的表格中，用长方形框框出三个数并求和，可以得到（　　）个不同的和；如果将长方形框旋转 90 度再来框，可以得到（　　）个不同的和。

1	2	3	4	5	6	7	8
9	10	11	12	13	14	15	16
17	18	19	20	21	22	23	24
25	26	27	28	29	30	31	32

四、课堂总结

1、今天我们学习了哪些规律？还有不懂的地方吗？

2、“解读数学信息——提出数学问题——建立数学模型——运用方法解决问题”的解题模式你掌握了吗？在解读数学信息时有什么注意点？要读出什么来？你学到了哪些解决问题的方法呢？

3、你觉得这种模式可以帮助你解决其他的数学专题吗？回去试一试吧。

五、课后作业

1、在（　）里填上适当的数。

（1）4,7,10,13,16，（　　），（　　），…

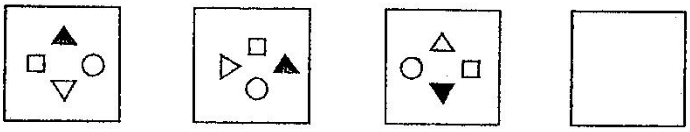
（2）2,4,7,11,16，（　　），（　　），…

（3）（　　），30，（　　），14，9,6,5

2、仔细观察下图，想一想第 3 幅图“？”处应填什么图形？

第一组　　第二组　　第三组

3、观察下图的变化，想一想第 4 幅图应画上怎样的图形？



4、街心公园一条林荫小路长 200 米，在林荫小路的两旁从头到尾等距离栽种月季花，共栽了 82 棵。每两棵月季花相距多少米？

5、“六一”儿童节时，教室里按“2 红、1 黄、1 蓝”的顺序挂彩灯，一共要挂 38 盏。算一算，最后一盏是什么颜色的灯？

6、学校会议室里每排有 20 个座位，张老师、李老师、王老师打算坐在第一排三个相邻的座位上，李老师在张老师的右边，王老师在李老师的右边。一共有多少种不同的坐法？

7、丁丁的爸爸、妈妈各自去外地出差了，他们三人每两人通一次电话，一共通了多少次电话？如果他们互相写一封信，一共写了多少封信？

8、一座拱形桥的两根望柱间隔 1 米，每侧各有 15 根望柱，这座拱形桥长多少米？

9、张强家住在 6 楼，从 1 楼到 3 楼需要走 34 级台阶。如果各层楼台阶数相同，张强到家需要走多少级台阶？

10、 在一张边长为 3 米 的方桌周围摆水果，每个角上都要摆一盘。如果每隔 1 米 摆一盘，这张方桌上能摆几盘水果？每条边上有几盘？

工程问题

工程问题是分数应用题的一种，分数工程问题与整数工程问题一样，都是反映工作总量、工作时间和工作效率三者之间的关系。分数工程问题的主要特点是一般不给出具体的工作总量（仅表述为一项工作、一批货物、一段路等），我们习惯上把这项工作看做单位“1”，工作效率用来表示。

工作总量、工作时间和工作效率三者之间的关系为：

例题 1、一条公路（长 180 米），甲队独修需 24 天完成，乙队独修需 30 天完成。甲、乙两队合修若干天后，乙队停工休息，甲队继续修 6 天完成。乙队修了多少天？

简析：此题告诉了这条公路的长，可按整数应用题的方法来解，若是忽略了括号中这条公路的长度，我们就可用“1”来表示工作总量，只是对工作量采用了不同的表示方式，但其数量关系、解题方法与整数应用题完全相同。下面列表对比解答。

总工作量	工效		甲队 6 天的工作量	甲、乙合作		合作时间
	甲	乙		工效	工作量	
180 米	(m)	(m)				
1						

温馨提示：由上面的列表对比来看，用“1”表示工作总量时，计算更简单。

课堂练习：

1、一段公路，甲队单独修要用 20 天，乙队单独修要用 30 天。如果两队合修，每天完成这项工程的几分之几？还剩几分之几？

2、修一条公路，甲队单独修要 15 天，乙队单独修要 12 天。甲队先修 6 天后，剩下的由甲、乙两队合修，甲、乙两队合修还要几天？

3、修一条公路，甲队每天修全长的，乙队独修 7.5 天修好。如果两队合修 2 天后，其余的由乙队独修，还要几天完成？

例题 2、修一条水道，甲、乙两队合修 10 天可以完成。两队合修 4 天后，余下的由甲队单独修还需 12 天。那么乙队单独修这条水道需要多少天？

简析：已知工作总量是单位“1”，要求乙完成它所需的时间，关键是要求出乙的工作效率。甲、乙两队合修 10 天可以完成，则两队的工作效率和是。两队合修 4 天可完成。那么余下的由甲队单独修用了 12 天，可求出甲队的工作效率是。所以乙队的工作效率是。

解：

答：乙队单独修这条水道要 20 天。

课堂练习：

1、一项工程，甲、乙两队合作 12 天可以完成。如果甲、乙两队先合作 4 天，剩下的由乙队独做 10 天也可以完成。这项工程由乙队独做多少天可以完成？

2、一项工程，甲独做 10 天完成了一半，余下的甲、乙又一起合作了 6 天，正好全部完成。如果由乙队单独做这项工程，多少天可以完成？

3、一项工程，甲、乙两队合作，6 天能完成，如果他们单独做，甲完成与乙完成所需的时间相同。问：单独做，甲、乙各需几天？

例题 3、一项工程，甲、乙合作 8 天完成。如果让甲先独做 6 天，然后乙再独做 9 天可以完成任务。那么乙独做这项工程要多少天完成？

简析 1：将甲独做 6 天，乙独做 9 天看做甲、乙合作 6 天，乙独做 3 天。两人合作的工作效率是，故可求出两人 6 天的工作量，从而再求出乙 3 天的工作量。

解：乙的工作效率：

　　乙的工作时间：

简析 2：从简析 1 的分析中可看出“甲、乙合作 8 天”和“先合作 6 天，乙再独做（）天”的工作总量都是单位“1”。乙独做 3 天的工作量就是 2 人合作（）天的工作量。

解：

答：乙独做这项工程要 12 天。

课堂练习：

1、一项工程，甲、乙两队合作每天完成全工程的，甲队独做 3 天，乙队独做 5 天后，还剩全工程的未完成。乙队独做全工程需多少天？

2、一项工程，甲、乙合作 12 天完成，如果让甲先独做 3 天，然后乙再做 1 天，共完成任务的。甲独做这项工程要多少天完成？

3、一件工作，甲单独做 12 小时完成。现在甲、乙合作 4 小时后，乙又用 6 小时完成。乙单独做这件工作，多少小时完成？[提示：题中的工作过程可看做是甲做多少天，乙做多少天]

4、一项工程，由甲、乙两队合做 12 天完成。现在由甲队先单独做 14 天后，再由乙队单独做 9 天正好完成这项工程。甲、乙两队单独做，各需多少天完成？

例题 4、一批零件，师傅独做需要 20 小时完成，徒弟独做需要 30 小时。现在师徒两人合做，中途师傅因事离开了一段时间，结果共用 15 小时完成。师傅中途离开了多长时间？

简析 1：根据题意，虽然师傅中途离开了一段时间，但徒弟没有离开，说明徒弟一共工作了 15 小时，可以先求出徒弟 15 小时完成的工作量，剩下的工作量就是师傅完成的。由此可以求出师傅的工作时间，知道了师傅的工作时间，离开的时间也就可以解决了。

解：

答：师傅中途离开了 5 小时。

简析 2：这题也可以这样思考：假设师傅中途没有离开，那么师徒两人 15 小时完成的工作量就是，超过实际工作总量“1”的工作量是，这超出的工作量就是师傅在中途离开的时间内能完成的工作量，由此可以求出师傅中途离开的时间。

解：

答：师傅中途离开了 5 小时。

课堂练习：

1、一项工程，甲队单独做需 30 天完成，乙队单独做需 40 天完成。甲队先做若干天后，由乙队接着做，共用 35 天完成了任务。甲队做了多少天？

2、一项工程，甲单独做 20 天完成，乙单独做 30 天完成。两人合作期间甲休息了 3 天，乙休息了若干天（两个队不能同时休息），共用了 16 天完成。乙休息了几天？

例题 5、搬运一个仓库的货物，甲需 10 小时，乙需 12 小时，丙需 15 小时。现有同样的仓库 A 和 B，甲在 A 仓库，乙在 B 仓库同时开始搬运货物，丙开始帮助甲搬运，中途又去帮助乙搬运，最后同时搬完两个仓库的货物。丙帮助甲搬运了几小时？（不考虑丙来往 A，B 仓库所用的时间。）

简析：我们可以不考虑丙具体是怎么帮助甲和乙的，从总体上看，甲、乙、丙 3 人同时搬完

了两个仓库的货物，即两个单位“1”，那么，我们可以先求出 3 人搬完两个仓库的货物共用的小时数：

根据题意，甲、乙、丙 3 人都搬运了 8 小时，甲在 A 仓库搬运 8 小时，那么 A 仓库货物有一部分是甲搬运 8 小时完成的工作量，另一部分则是丙帮助甲搬运的工作量。至此，问题容易解决了。

答：丙帮助甲搬运了 3 小时。

例题 6、一段公路，甲队独修需 20 天，乙队独修需 15 天，甲、乙两队从这段公路的两端同时合修 5 天后，还相距 15 千米。这段公路长多少千米？

简析：这道题是工程问题与分数应用题的结合，从已知条件入手，我们很容易求出 3 天修了这段公路的几分之几，。题目中还告诉我们“还相距 15 千米”，这时就要用分数应用题的“剩下的工作量与剩下的工作量占单位′1′的几分之几相互对应”这一思想来解决。

解：

答：这段公路长 36 千米。

例题 7、移栽西红柿苗若干棵，哥哥弟弟合栽 8 小时完成，哥哥先栽 3 小时后，弟弟又单独栽了 1 小时，还剩总棵树的没有栽，已知哥哥每小时比弟弟多栽 7 棵。这块地共栽西红柿多少棵？

简析：题目告诉我们“哥哥先栽 3 小时后，弟弟又单独栽了 1 小时”，也可以看作“哥哥、弟弟合栽 1 小时后，哥哥又单独栽了 2 小时”。再根据“还剩总棵数的没有栽”，我们就知道了哥哥、弟弟共栽了，哥、弟合作 1 小时后剩，而这又是哥哥 2 小时栽的，再除以 2，就得哥哥的工效，进而求出弟弟的工效。最后求出总棵树要利用分数应用题的解法。

解：哥哥的工效：

弟弟的工效：

这块地共栽多少棵：

答：这块地共栽西红柿 112 棵。

课后巩固：

1、一件工作，由甲单独完成，需要 10 天，由乙单独完成需要 15 天。如果甲、乙合作完成，需要几天完成？

2、一项工程，甲队单独做 12 天完成，乙队单独做 15 天完成。两队合做，多少天完成这项工程？

3、一项工程，甲队单独做 12 天可以完成，乙队的工作效率是甲队的 60%。乙队单独做几天可以完成？

4、甲、乙两车同时从 A、B 两地相对开出，经 8 小时相遇，相遇后两车继续前进，甲车又用了 6 小时到达 B 地，乙要几小时才能从 B 地到达 A 地？

5、修一条路，甲队独修要时，乙队独修要时，两队合修要多少小时？

6、修一个水池，甲队独修要 12 天完成，乙队独修要 10 天完成，丙队独修要 15 天完成，如果由丙队先做 3 天后，剩下的由甲、乙两队去做，还要多少天完成？

7、一个水池有甲、乙两个水管，单开甲管 2 小时可以把水池注满，单开乙管 3 小时可以把满池水放完。如果同时打开甲、乙两管，几小时后水池可以注满？

8、一个水池装有甲、乙两个进水管，下面装有丙管放水。空池时，单开甲管 12 分钟可以注满；单开乙管 10 分钟可以注满。池满时，丙管 20 分钟可以放完，现将三管同时打开，多少分钟将空池注满？

9、一件工程，甲、乙合干 1.2 小时完成，乙、丙合干 2 小时完成，丙、甲合干 1.5 小时完成。甲、乙、丙一齐干，多少小时可以完成？

10、修一条公路，甲队独修 6 天完成，乙队独修 8 天完成。现由甲、乙两队分别从这段公路的两头同时开工，经过三天剩下 180 米未修。甲队每天修多少米？

11、一件工作，甲 5 小时完成了，乙 6 小时完成了剩下任务的一半，最后余下的部分由甲、乙合作，还要多少小时才能完成？

12、打印一份稿件，甲单独打 4 小时打了这份稿件的，乙接着又打了 2 小时，打了这份稿件的，剩余的甲、乙共同打，还需几小时？

13、甲、乙两人合作加工一批零件，需 25 天完成。先由甲单独加工 10 天，再由乙单独加工 30 天，这时共加工了这批零件的。乙每天能加工这批零件的几分之几？

14、一批零件，甲单独做 15 天完成，乙单独做 20 天完成，现由甲、乙合作 12 天就完工了。这段时间里，乙休息了多少天？

15、一件工作，甲独做 15 天完成，乙独做 20 天完成。现在甲、乙合作 12 天才完工。在这段时间里，乙休息了 4 天，那么，甲休息了多少天？

16、修一条公路，甲队单独修 20 天可以修完，乙队单独修 30 天可以修完。现两队合修，中途甲队休息 2.5 天，乙队休息若干天，这样一共用 14 天才修完。乙队休息了几天？

17、一项工程，甲单独做 15 天完成，乙单独做 12 天完成。现两队合作若干天后，剩下的由乙单独做了 3 天才完成。甲、乙合作了多少天？

18、从甲地到乙地，客车需 10 小时，货车需 15 小时，两车同时从甲乙两地相向而行，相遇时客车比货车多行 90 千米。甲、乙两地相距多少千米？

19、水池上有三个水管，单开甲管 5 小时注满水池，单开乙管 10 小时注满水池，单开丙管 15 小时放完一池水。三管齐开 2 小时后关闭乙管，还需几小时注满水池？

20、一件工作，甲做 5 小时后由乙做，3 小时可以完成；如果乙先做 9 小时后由甲做，也要 3 小时完成。那么甲做 1 小时后由乙做，还要几小时完成？

21、某工人计划 15 天生产一批零件，由于改进了操作方法，实际每天多生产 10 个零件，提前 3 天完成了任务。原计划每天生产多少个零件？

22、一件工作，若单独完成，甲需 10 小时，乙需 15 小时，丙需 20 小时。现由 3 人合做，中途甲因事停工几小时，结果 6 小时才将工作完成。问甲停工几小时？

23、某工程先由甲独做 63 天，再由乙独做 28 天即可完成。如果由甲、乙两人合做，需 48 天完成，现在由甲先独做 42 天，然后再由乙来完成，还需要多少天？

24、服装厂加工一批服装，原计划 25 天完成，工作了 5 天后，工效提高了 25%，这批服装全部加工完用多少天？

25、甲、乙合做一项工程，20 天可以完成。现在由甲先做 6 天，然后乙接替甲再做 8 天，一共完成了这项工程的。两队单独做完全工程各需多少天？

26、甲、乙两个车间共同完成加工一批车床的任务，已知甲车间比乙车间少生产 8 台车床，并且甲车间生产的和乙车间生产的相等，那么，甲、乙两车间共生产了多少台车床？

27、从 A 地到 B 地是一段斜坡路，一辆客车上坡每小时行 30 千米，下坡每小时行 40 千米，往返一次共用 7 小时，求 A、B 两地相距多少千米？

28、做一批零件，甲单独做要 10 小时，乙在相同时间内只能做这批零件的，在甲、乙两队合作 2 小时后，剩下的由甲来做，还要多少小时完成？

29、A、B、C 三人共同打印一份稿件，5 天完成了全部稿件的，然后 A 休息了 3 天，B 休息了 2 天，C 没有休息。如果 A 一天的工作量是 B 一天工作量的 3 倍，B 一天的工作量是 C 一天工作量的 2 倍，那么，这份稿件从开始算起，完成时是第几天？

30、一项工程，甲先独做 2 天，然后与乙合做 7 天，这样才完成全工程的一半。已知甲、乙

工作效率的比是 2:3。如果由乙单独做，需要多少天才能完成这项工程？

31、一件工作，甲、乙两人合做 5 小时完成，乙、丙两人合做 4 小时完成。现在由乙先独做 6 小时，然后
甲、丙两人又合做 2 小时完成。如果由乙独做，多少小时可以完成？

32、有甲、乙两项工程，张师傅单独完成甲工程要 9 天，单独完成乙工程要 12 天；王师傅单独完成甲工程要 3 天，单独完成乙工程要 15 天。如果两人合做完成这两项工程，最少需要几天？

33、某地要修一条公路，甲队独做需 10 天完成，乙队独做需 15 天完成。如果两队合做，他们的工作效率就要降低，甲队只能完成原来的，乙队只能完成原来的。现在计划 8 天完成这项工作，且要求两队合作天数尽可能少，那么两队要合作多少天？

34、某工程，甲、乙单独做各需 30 天和 20 天完工。现在甲、乙合作，中途甲、乙各休息了几天，因此比预订计划中的完工日期推迟了 8 天，又已知乙实际工作天数是甲实际工作天数的。求甲、乙两人各休息了几天？

35、一件工作，若由甲、乙单独完成，乙比甲要多用 5 天；现在若二人合做 4 天后，由乙单独完成剩余的任务。可巧乙前后共用的天数，与甲单独完成全部任务所用的天数相等，乙单独工作了多少天？

36、完成一项工作，单独工作甲需要 15 天，乙需 20 天，如果两队合作，相互密切配合，可以提高工效 20%，现在甲、乙两队共同工作 5 天，甲队调离。余下的工作由乙队单独完成，乙队还需要多少天？

37、甲、乙两人共同做一项工作，单独完成，甲要 6 小时，乙要 8 小时。实际上是甲干了若干小时后，由乙干了若干小时后才完成任务。已知甲、乙共用小时，甲、乙两人各工作了多少小时？

38、一个水池有一个进水管和一个排水管，单开进水管 40 分钟可以注满水池，单开排水管 1 小时可以排完满池水。现在池内有的脏水，先打开排水管排尽脏水，又打开进水管放进清水，但忘记关闭排水管，等发现时，池内已注入池清水，问前后共经过多少小时？

39、一个服装厂为赶制一批工作服，前 10 天完成了总任务的，由于改进了技术，以后的工作效率比原来提高了 25%，这样，完成全部任务，能比原计划提前几天？

40、一辆货车从甲地到乙地需要 7 小时，一辆客车从乙地到甲地需要 9 小时，两车同时从两地相对开出，途中货车因故停车 2 小时，相遇时，客车比货车多行了 30 千米。求甲、乙两地的距离是多少千米？

41、甲、乙两个工程队合做一项工程，需 60 天完成。已知甲工程队的工作效率比乙工程队高 50%。那么甲工程队单独完成这项工程要用多少天？

42、张师傅加工一批零件，在加工了 150 个零件以后，他将原工作效率提高 20%加工剩余的零件，结果提前 4 天完成任务，如果张师傅开始就将原工作效率提高 35%去加工这批零件，就能提前 7 天完成任务。这批零件共有多少个？

43、某工程，甲队单独做 24 天完成，乙队单独做 30 天完成。甲、乙两队合做 8 天后，余下的工作由丙队单独做，又做了 6 天才完成。问这项工程由丙队单独做需几天完成？

44、一项工程，甲队独做 20 天完成，乙队独做 30 天完成。现由两队一起做，其间甲队休息了 3 天，乙队也休息了若干天，这样，从开始到工程完成共用了 16 天，问乙队休息了多少天？

45、一件工程，甲 4 小时完成了全部工作的，乙 5 小时又完成了剩下任务的，最后余下的任务，由甲和乙合做。问完成这项工作共用多少小时？

小学方程与应用题专题解析

【知识要点】

1.用字母表示数

（1）用任意一个字母，都可以表示我们所学过的自然数、整数、小数、百分数。

（2）用含有字母的式子，可以简明地表达数学概念。

（3）用含有字母的式子，可以简明地表达数学运算定律和数学计算公式。

（4）用含有字母的式子，可以简明地表达数量关系。

注意：（1）在含有字母的乘法里，乘号可以省略不写或用“●”表示。如$a\times x$可以写成ax或$a\bullet x$，数与数相乘时不能省略。

（2）数与字母相乘时，可以简写成数字放在最前面。如$a\times 4\times b$写成$4ab$

（3）1 与字母相乘时，1 省略不写。如$a\times 1$写成a。

2.简易方程

（1）等式：表示相等关系的式子叫等式。

（2）方程：含有未知数的等式叫方程。

（3）方程的解：能使方程左右两边相等的未知数的值，叫做方程的解。

（4）解方程：求方程的解的过程，叫做解方程。

（5）简易方程的解法步骤：①对于只有一步运算的方程，可以用加法与减法、乘法与除法的互逆关系求解。对于含有二、三步运算的方程，先根据方程确定运算顺序，在根据四则运算的互逆关系求出方程的解。②把求成的未知数的值，分别代入原方程两边进行计算（即求含有字母的式子的值），如果原方程的等号的左右两边相等，则所求得的未知数的值，是原方程的解。

注意：解方程时，除了要求写出检验过程外，可以口算进行检验，不必写方程的检验过程。

3 列方程解应用题（本章略）

【题型分析】

[例 1]写成下列各式表示的意思

$x-42$表示：x比 42 多多少，或 42 比x少多少。

$42y-4x$表示：y的 42 倍比x的 4 倍多多少。

$4+b$ 表示：4 和 b 的和是多少。

$4-b$ 表示：b 比 4 少多少。

[例 2]列出方程并求出方程的解

（1） 50 比一个数的 4 倍少 4，求这个数。

（2）1.8 与 2.5 的和减去一个数的 5 倍等于 3，求这个数。

（3）某数的 3 倍与它的 4 倍的和是 9.1，求这个数。

【分析】解这类题的通常步骤是：（1）设要求的数位 x；(2)根据数量关系列出方程；（3）解出 x 并检验。

解：（1）设这个数为 x　　（2）设这个数为 x　　（3）设这个数为 x

$4x-4=50$ $(1.8+2.5)-5x=3$ $3x+4x=9.1$

$4x=54$ $5x=4.3-3$ $7x=9.1$

$x=13.5$ $x=0.26$ $x=1.3$

【题库精编】

基础题

1. 填空

（1）用字母表示下列图形的面积公式及周长公式

平行四边形面积 $S=$（　　　）【答案】ab

梯形面积 $S=$（　　　）　【答案】$(a+b)h\div 2$

圆的周长公式 $C=$（　　　）或（　　　）　【答案】$2\pi r;\pi d$

（2）用字母表示运算定律

加法交换律（　　　　　　　　）【答案】$a+b=b+a$

乘法结合律（　　　　　　　　）【答案】$(a\times b)\times c=a\times(b\times c)$

乘法分配律（　　　　　　　　）【答案】$(a+b)\times c=ac+bc$

加法结合律（　　　　　　　　）【答案】$(a+b)+c=a+(b+c)$

（3）用字母表示下列数量关系

①v 表示速度，t 表示时间，s 表示路程

$v=(s\div t)$ $t=(s\div v)$ $s=vt$

②x表示工作效率，t表示工作时间，s表示工作总量

$x=(s\div t)$ $t=(s\div x)$ $s=xt$

（4）用字母表示下列数量关系

比b少 0.5 的数是（　　　　　　　）【答案】$b-0.5$

bn表示（　　　　　　　）【答案】n个b相加

7 与a的 3 倍的和（　　　　　　　）【答案】$7+3a$

a个 0.7 相加，和是（　　　　　　　）【答案】$0.7a$

比a大b的数是（　　　　　　　）【答案】$a+b$

a的 5 倍减去b的 3 倍差是（　　　　　　　）【答案】$5a-3b$

（5）一支铅笔x元，买 3 支铅笔应付（　　　　　　）元【答案】$3x$

（6）王平每分钟写a个字，b分钟后共写了（　　　　）个字。【答案】ab

（7）一块香皂 2.38 元，妈妈给了x元，应找回（　　　　）元。【答案】$x-2.38$

（8）小明要写a个字，已经写了 12 个，还有（　　　　）没写？没有写的比写了的多（　　　　　　）个？【答案】$a-12;a-12-12$

（9）李平到商店买练习本，每本x元，买了b本，一共用了（　　　　）元，如果给售货员a元，应找回（　　　　　　）元。【答案】$bx;a-bx$

（10）一个长方形周长是c厘米，它的长是a厘米，那么它的宽是（　　　　　　）【答案】$c\div 2-a$厘米

2.选择题

（1）a^2与（　）两个式子是相同的

$A.\ a\times 2$ $B.\ a\times a$ $C.\ a\times a\times 2$ $D.a+a$

【答案】B

（2）$x=3,y=4,z=2,4x-2y+3z=$（　　）

$A.21$ $B.10$ $C.5$ $D.14$

【答案】B

（3）下列哪个式子不是方程（　　　）

$A.3x-2y=5$ $B.4x-3=3x$ $C.x-y=x+y$ $D.4x-6$

【答案】D

（4）$549-x=245, x=$（　　　）

$A.340$ $B.34$ $C.304$ $D.403$

【答案】C

（5）下面哪个等式是正确的（　　）

$A.a\div b\times c=a\div(b\times c)$ $B.ac+bc=(a+b)\times c$

$C.a-b+c=a-(b+c)$ $D.a\div c+a\div d=a\div(c+d)$

【答案】B

（6）下面哪个式子是正确的（　　）

$A.7^2=7+7$ $B.1.5\times2=1.5^2$ $C.0.4^2=1.6$ $D.0.8+0.8=0.8\times2$

【答案】D

（7）a与b的和去除它们的差，算式是（　　）

$A.a-b\div a+b$

$B.(a-b)\div(a+b)$

$C.a+b\div a-b$

$D.(a+b)\div(a-b)$

【答案】B

（8）一个数被a除，商6余5，这个数是（　　）

$A.(a-5)\div6$ $B.6a+5$ $C.6a-5$ $D.(a+5)\div6$

【答案】B

（9）$x=5$是哪个方程的解（　　）

$A.18+x=13$ $B.x-2.7=1.3$ $C.5x=15$ $D.50\div x=10$

【答案】D

（10）x等于什么的时候，$15-3x=12$（　　　）

$A.1$ $B.3$ $C.9$ $D.15$

【答案】A

（11）下面哪个式子的值最大（　　）

$A.a+5\ B.a+7\ C.a-c\ D.a-7$

（12）哪个是方程 $(x-5)(3-x)=0$ 的解（　　　）

$A.x=3\ B.x=4\ C.x=6\ D.x=15$

【答案】A

3. 判断

（1）$a\times4$ 写作 $a4$　　　　　（　　）

（2）$1\times m$ 写作 $1m$　　　　　（　　）

（3）$m\times n$ 写作 mn　（　　）

（4）$a\times2\times b$ 写作 $2ab$　（　　）$a+b\times0=(a+b)\times0$

（5）$a\times a\times a=3a$　　（　　）

（6）长方形周长 $=2a+2b$（　　）

（7）梯形面积 $=(a+b)h$（　　）

（8）$a\div(b\times c)=a\div b\div c$　（　　）

（9）$a\times15=a\times3\times5$（　　）

（10）$a+b\times0=(a+b)\times0$（　　）

（11）$8-3x=0$ 不是方程（　　）

【答案】××√√×√×√√××

4. 求未知数 x

（1）$x\times47=1316$　【答案】28　　　（2）$324\div x=27$【答案】12

（3）$x+2196=2503$【答案】307　　　（4）$x-4504=4496$【答案】9000

（5）$x\div15=408$　【答案】6120　　　(6) $25\times x=3300$【答案】132

(7)　$(12\times7)\times x=168$　【答案】2　　　(8) $5\times x+125=425$【答案】60

(9) $5.9-x=5.9$　【答案】0　　　(10) $420-x\times4=300$　【答案】30

提高题

一．选择题

1. 老王 a 岁，小李 $(a-18)$ 岁，过 c 年后，他们相差（　　）岁

$A.18\ B.c\ C.c+18\ D.c-18$

【答案】A

2. x 的 3 倍加上 30 的 20%，和是 50，列方程是（　　　）

$A.3x+30\times20\%=50$ $B.(3x+30)\times20\%=50$

$C.\frac{x}{3}+30\times20\%=50$

【答案】A

3. 10 克盐溶入 50 克水中，这时盐占盐水的（　　）

$A.\frac{1}{4}\ B.\frac{1}{5}\ C.\frac{1}{6}$

【答案】C

4. 三角形的面积为 a 平方厘米，底为 3 厘米，高是（　　）

$A.2a\div3\ B.a\div3\ C.3a\div2$

【答案】A

5. $a+a+a=75$，$b\times a=100$，$x\div b=120$，x 的值是（　　）

A. 100　　　B. 600　　　C. 480　　　D. 720

【答案】C

6. 如果 $x+x=x\bullet x, x$ 的值为

A. 0　　　B. 1　　　C. 2　　　D. 3

【答案】C

7. 果园中桃树、梨树共有 300 棵，梨树比桃树少 28 棵，桃树有多少棵？设桃树有 x 棵，列示正确的是（　　）

$A.x-28+x=300\ B.x+28+x=300\ C.23+x=300$

8. 甲缸有鱼 a 条，比乙缸的鱼多 5 条，两缸共有鱼（　　　）条

$A.2a-5\ B.2a+5\ C.5\times2-a$

【答案】A

二．填空

1. 有 5 个数，最小的数为 a，它的每两个数之间相差 5，这 5 个数的和为（　　）

【答案】$5a+50$

2. 在 $\dfrac{x}{3}$ 里，当 $x=$（　　）时，分数值等于 1；当 $x=$（　　）时，分数值等于 0

【答案】3；0

3. 列方程并求出解

(1) x 的 $\dfrac{2}{7}$ 等于 $\dfrac{1}{3}$ 的 2 倍，求 x。

【答案】$\dfrac{2}{7}x=\dfrac{1}{3}\times2$，$x=\dfrac{7}{3}$

(2)一个数的 $\dfrac{3}{7}$ 与 1.2 的和等于 9.3，求这个数。

【答案】$\dfrac{3}{7}x+1.2=9.3, x=18.9$

(3)某数减去 10，再乘 2，加上 70 等于 250，求这个数。

【答案】$(x-10)\times2+70=250, x=100$

(4)一个数的 $\dfrac{2}{5}$ 比 4 多 0.5，求这个数。

【答案】$\dfrac{2}{5}x-4=0.5, x=\dfrac{45}{4}$

分数百分数应用题

——呼和浩特　冯学华

【引言】分数百分数应用题是小学数学的重要内容之一，通常分为三种：

1.已知一个数，求它的几分之几（百分之几）是多少，通常用乘法做。

2.求一个数是另一个数的几分之几（百分之几），用除法做。

3.已知一个数的几分之几（百分之几），求这个数，用除法做。

工程问题的应用题也可以属于这个范畴。浓度问题的应用题也是百分数问题，解决浓度问题一般利用浓质不变的规律来解决混合中的一些实际问题。

【例 1】基础题

1.一堆水泥 60 吨，运走 $\frac{3}{4}$ 吨，剩余多少吨？

【答案】$60-\frac{3}{4}=59\frac{1}{4}$(吨）

2.一堆水泥 60 吨，运走 $\frac{3}{4}$，剩余多少吨？

【答案】$60\times\left(1-\frac{3}{4}\right)=15$（吨）

3.一堆水泥运走了 $\frac{3}{4}$，恰好是 45 吨，这堆水泥原来是多少吨？

【答案】$45\div\frac{3}{4}=60$（吨）

4.一堆水泥运走了 $\frac{3}{4}$，还剩下 15 吨，这堆水泥原来是多少吨？

【答案】$15\div\left(1-\frac{3}{4}\right)=60$（吨）

分析：本例中 4 个小题分别反映出 4 中类型题，是分数应用题中最基本的题型，做题时要分清各题型，针对题型选择恰当的解题方法。

【例二】百分率问题

1.小丽上午做了 10 道题，对了 9 道，下午又做了 10 道，错了 1 道小丽这一天做题正确率是多少？

【答案】$\frac{9+(10-1)}{10+10}\times100\%=90\%$

2.某班今天没到校的人数是到校人数的 $\frac{1}{9}$，求这个班今天的出勤率。

【答案】$\frac{9}{1+9}\times100\%=90\%$

3.某车间计划生产零件 8000 个，实际超产 1000 个，实际完成计划的百分之几？超产了百分之几？

【答案】$(1000+8000)\div8000=112.5\%$；$1000\div8000=12.5\%$

分析：以上例题都是求一个数是另一个数的百分之几，用除法计算。

【例三】分数乘法应用题

某小学有 840 人，只有 5% 的学生没有参加意外保险，参加保险的学生有多少人？

【答案】$840\times(1-5\%)=798$（人）

分析：此题的单位“1”是已知的，求部分量，用单位“1”乘分率计算。

【例四】分数除法应用题

1.修一条公路，第一天修了全长的 25%，第二天修了全长的 30%，还剩下 360 米没有修，这条公路全长是多少米？

【答案】$360\div(1-25\%-30\%)=800$（米）

2.工程队 3 天修了一条路，第一天修了全长的$\frac{1}{5}$又 10 米，第二天修的比余下的 50% 少 5 米，第三天修了 35 米，这条路全长是多少米？

【答案】$\left[(35-5)\div(1-50\%)+10\right]\div\left(1-\frac{1}{5}\right)=87.5$（米）

分析：以上两题单位“1”是未知的，求单位“1”的量，用数量除以对应的分率来计算，必要时借助线段图分析。

【例五】分数问题与盈亏问题结合

一种商品随季节出售，如果按现价降价 10%，仍可盈利 200 元，如果降价 20%，则亏损 220 元，这件商品进价多少钱？

【答案】$(200+220)\div(20\%-10\%)=4200$（元）

分析：这是一道百分数问题与盈亏问题相结合的习题，解题方法有两种，一是方程法，二是盈亏法。

【例六】分数问题与行程问题结合

甲乙两地相距 1500 米，有两人分别从甲乙两地同时相向出发，10 分钟后相遇。如果两人各自提速 20%，仍从甲乙两地同时相向出发，则出发后多长时间相遇。

【答案】$1500\div10=150$（米/分），$150\times(1+20\%)=180$（米/分），$1500\div180=8\frac{1}{3}$

分析：此题既是行程问题中的相遇问题，又是一道百分数问题，解此题既要用到行程问题中的解法求两人的速度和，又要用到百分数问题中的乘法方法求出提速后两人的速度之和，然后再求出最后问题。

【例七】浓度问题

1.有浓度为 10%的盐水溶液 900 克，要使其浓度稀释到 6%，需加水多少克？

【答案】$900\times10\%\div6\%-900=600$（克）

2. A,B 两种盐水含盐量分别是 80%和 65%，要配置浓度为 70%的溶液 3000 克，应从两种盐水溶液中各取出多少克？

【答案】设取 x 克 A 溶液。$80\%x+(3000-x)\times65\%=3000\times70$，$x=1000$（克）

$3000-1000=2000$（克）

分析：第一小题中盐的质量不变，抓住不变量来求出新的溶液的质量，从而求出需要加水的质量。第二小题是两种溶液混合问题，根据混合前盐的质量和等于混合后盐的质量，用方程来解答。

【例八】工程问题与分数问题结合

一批零件，师傅单独加工需 12 小时，徒弟单独加工需 20 小时，师徒二人同时加工了 $2\frac{1}{4}$ 小时，还剩 210 个未加工，这批零件一共多少个？

$210\div\left[1-\left(\frac{1}{12}+\frac{1}{20}\right)\times2\frac{1}{4}\right]=300$（个）

分析：先利用工程问题求出师傅、徒弟的工作效率，然后再利用分数问题求出单位“1”的量。

【例九】分数问题与图形问题结合

如图，三条边长分别为 3 dm、4 dm、5 dm 的直角三角形，将它的一条直角边对折到斜边上去，与斜边重合，则未被覆盖的部分（阴影部分）的面积是多少？

【答案】$3\times4\div2=6dm^2$，$5-3=2dm$，$S_{\triangle CDE}:S_{\triangle ADE}=2:3$，$S_{\triangle CDE}=S_{\triangle ABC}\times\frac{2}{8}=6\times\frac{1}{4}=1.5dm^2$

分析：先利用三角形的面积公式求出三角形的面积，再利用阴影部分是整个图形的几分之几求出阴影部分的面积。

针对训练

1、某班女生比男生多 3 人，男生比女生少 $\frac{1}{8}$，这个班一共有多少人？

【答案】$3\div\frac{1}{8}=24$（人）$24\times\left(1-\frac{1}{8}\right)=21$（人），$24+21=45$（人）

1.一台电视机由于改进了功能，每台提价 40%，现在售价 9842 元，价格提高了多少元？

【答案】$9842-9842\div(1+40\%)=2812$（元）

2.甲乙两站相距 720 千米，一列火车从甲站开往乙站，已经行走了全长的 $\frac{5}{8}$，这时火车超过两站中点多少米？

【答案】$720\times\frac{5}{8}-(720\div 2)=90$（米）

3.甲乙两个工程队合修一条长 170 米的水渠，已知甲队修的 $\frac{1}{3}$ 比乙队修的 $\frac{1}{4}$ 还多 10 米，乙队比甲队少修多少米？

【答案】设甲队修了 x，$\frac{1}{3}x=(170-x)\times\frac{1}{4}+10, x=90$，$170-90=80$（米）$90-80=10$（米）

4.修一条 800 米的路，第一天修了全长的 25%，第二天的工作效率比第一天提高了 5%，第二天修了多少米？

【答案】$800\times 25\%\times(1+5\%)=210$（米）

5.学校上月用水 240 吨，本月用水 200 吨，本月比上月节约百分之几？

【答案】$(240-200)\div 240\approx 16.7\%$

6.某商品的成本价为每件 500 元，3 月份的销售价为每件 625 元。经市场预测，该商品的销售价将在 4 月份降价 20%，而在 5 月份再提高 8%，那么在 5 月份销售该商品预计可以达到的利润率为多少？

【答案】$625\times(1-20\%)\times(1+8\%)=540$（元）$(540-500)\div 500=8\%$

7.甲乙两个车间共同加工一批零件，已知甲车间生产零件数的 $\frac{1}{3}$ 与乙车间生产零件数的 $\frac{2}{5}$ 相等，完成任务时，乙车间生产零件 900 个，甲车间生产零件多少个？

【答案】$900\div\frac{5}{6}=1080$（个）

8.一项工作，甲单独做需要 20 天完成，已单独做需 15 天完成，如果甲、乙合作，几天可以完成这项工作的 $\frac{7}{10}$？

【答案】$\frac{7}{10}\div\left(\frac{1}{20}+\frac{1}{15}\right)=6$（天）

9.滨海市少先队员为山区学校捐献了一批图书，按计划把这批图书的十分之一又 6 本送给永

红小学，把余下的一部分送给少年宫，送给少年宫的比送给永红小学的 3 倍还多 136 本，又把第二次剩余的 75%又 8 本送给春蕾幼儿园，最后还余下了 300 本作为山区小学数学竞赛的奖品。问滨海市少先队员一共捐献了多少本图书/

【答案】设滨海市少先队员一共捐献了 x 本图书。

$$\frac{1}{10}x+6+3\left(\frac{1}{10}x+6\right)+136+\left[x-\left(\frac{1}{10}x+6\right)-3\left(\frac{1}{10}x+6\right)-136\right]\times 75\%+80+300=x$$

$x=2800$（本）。

小升初应用题解题指导课程

课程名称	小升初应用题解题指导课程
总体课程目　标	1. 对各知识点进行适当的扩展和加深，帮助学生巩固知识，掌握灵活运用知识的方法和技巧。 2. 通过对基础知识的归纳总结，培养学生良好的分析问题和解决问题能力，提升学生的数学素养。 3. 提高学习兴趣，学习解题技巧，为小升初做好准备。
课程研发理念和思路	为将来的初中学习打下良好的基础，真正让参加学习的每一位学生都有所提高。 该课程分三部分：第一部分是应用题知识的整理与回顾，归纳总结，选取重要的知识点，并进行拓展，以提高训练水平；第二部分是典型例题讲解，以提高学生分析问题和解决问题的能力；第三部分是对题型进行巩固习题练习。学习数学的思维方式和解题方法进行专练，这部分内容高于课本，目的是帮助学生打开思路，发展思维，掌握解题技巧，以达到预期的目的。
课程特色	1. 归纳总结、专题讲解，达到小升初对接。 2. 为小升初的学生输送数学营养，做好心理减压。

	编号	每讲标题	课程容量
	第一讲	分数、百分数应用题	2 小时
	第二讲	（一）比和比例应用题、（二）列方程解应用题	2 小时
	第三讲	典型应用题	2 小时

第一讲分数、百分数应用题

知识梳理：

1. 什么是单位"1"，单位"1"和 1 的区别是什么？

单位"1"也叫整体"1"，它表示一个整体（比如：一段路程、一项工程、一筐苹果、

一本书、一段时间、一个数（正数）等）；而 1 只表示一个物体（比如：一个苹果，一个小时，一个学生等），所以二者是有区别的。

2. 如何判断单位"1"，判断单位"1"的一般方法是什么？

例如：①男生占全班人数的 $\frac{1}{2}$……　　（“占”的后面的量是单位"1"）

②全班人数的 $\frac{4}{5}$ 是少先队员……　　（“的”的前面的量是单位"1"）

③一班栽的棵数是二班的 $\frac{1}{3}$……　　（“是”的后面的量是单位"1"）

④三月份比二月份节约用电 $\frac{1}{7}$……（“比”的后面的量是单位"1"）

⑤一节课的时间是 $\frac{2}{3}$ 小时……　　（1 小时是单位"1"）

总结：单位"1"就是一个标准。“谁”的几分之几，“谁”就是单位"1"；被平均分的量就是单位"1"；同“谁”比，“谁”就是单位"1"；分率跟着“谁”，“谁”就是单位"1"。

3. 单位"1"不同，分率不能相加减，相同分率所表示的具体数量不同：

例如：1. 如果一盘橘子共 4 个，那么这盘橘子的 $\frac{1}{4}$ 有（ 1 ）个；

2. 如果一盘橘子共 8 个，那么这盘橘子的 $\frac{1}{4}$ 有（ 2 ）个；

4. 分数应用题中一般都包含两类不同性质的量，具体数量和抽象分率，解题的突破口就是找它们之间的对应关系。

求百分率问题的公式

比较数÷标准数=比较数的对应百分率；

增长数÷标准数=增长率；

减少数÷标准数=减少率。或者是

两数差÷较小数=（多）几百分之几（增）；

两数差÷较大数=（少）几百分之几（减）。

增减百分率互求公式

增长率÷（1+增长率）=减少率；

减少率÷（1-减少率）=增长率

求比较数应用题公式

标准数×百分率=与百分率对应的比较数

标准数×增长率=增长数；

标准数×减少率=减少数；

标准数×（两分率之和）=两个数之和；

标准数×（两分率之差）=两个数之差。

求标准数应用题公式

比较数÷与比较数对应的百分率=标准数；

增长数÷增长率=标准数；

减少数÷减少率=标准数；

两数和÷两率和=标准数；

两数差÷两率差=标准数；

方法归纳：

※上述的“标准数”我们也常叫做“单位 1”，“比较数”也叫做“对应量”,题目中的百分率叫做“对应的分率”,解决百分数应用题的方法和分数应用题的方法类似，关键是找准数与量之间的对应关系，找到解题的突破口。现在对“单位 1”（即标准量）常见类型查找的方法归纳如下：

1、谁是（占）谁的百分之几？（黑兔是白兔的 25%）

解析：第二个“谁”是单位 1（即白兔）

2、谁比谁多（或少）百分之几？（西瓜的价钱比荔枝的价钱少 60%）

解析：第二个“谁”是单位 1（即荔枝的价钱）

我们也可以这样让学生理解着记忆单位 1 的找法：

离百分率最近的那个量是单位 1，或者“的”、“占”字后的量是单位 1

※常见题型：1、求一个数是另一个数的百分之几

2、求一个数的百分之几是多少

3、已知一个数的百分之几是多少，求这个数

一．　　　一般的分数、百分数应用题

在分数、百分数应用题中存在三个量，即标准量、比较量和分率。例如：求 a 是 b 的几分之几（或百分之几），即知道标准量（b）和比较量（a），求比较量是标准量的几分之几（或百分之几），结果是一个分率或百分率。由此可以得出分数、百分数应用题中最基本的数量关系式，如下：

标准量×分率＝ 比较量　比较量÷标注量＝ 分率　比较量÷分率＝ 标准量

例题 1 亮亮读一本小说，第一天读了全书的 $\frac{4}{7}$，第二天读了余下的 $\frac{3}{5}$，还有 42 页没有读完。问这本小说共有多少页？

解题思路：　把全书当作单位"1"，找“量”与“率”的对应

解：把全书当"1"，　第一天 $\frac{4}{7}$，第二天 $(1-\frac{4}{7})\times\frac{3}{5}=\frac{9}{35}$，剩下 42 页对应 $1-\frac{4}{7}-\frac{9}{35}=\frac{6}{35}$，

所以全书为 $42\div\frac{6}{35}=245$（页）。

综合式：　$42\div[1-\frac{4}{7}-(1-\frac{4}{7})\times\frac{3}{5}]=245$（页）

答：这本小说共有 245 页。

例 2：小华看一本书，每天看 15 页，4 天后还剩全书的 60%没看，这本故事书总共有多少页？

简析：每天看 15 页，4 天看了 15×4=60（页），解此题关键是找 60 对应的分率，还剩全书的 60%没看，把全书看作标准量，说明看了的应占全书的（1-60%），对应关系为 60÷（1-60%）=全书页数。

解：1.看了多少页？

15×4=60（页）

2.看了全书的百分之几？

1-60%=40%

3.对应量÷对应分率=全书总页数

60÷40%=150（页）

综合算式：15×4÷（1-60%）=150（页）

答：这本故事书总共有 150 页。

二. 生活中的百分数应用题

生活中的百分数应用题其实是一般的百分数应用题的拓展和延伸，其中包括求出勤率、发芽率、利息、折扣、浓度等问题，因此，我们必须掌握以下公式或概念：

（1） 几折、几成就表示十分之几，也就是百分之几十。

（2） 存入银行的钱叫本金。取款时银行多支付的钱叫利息。利息与本金的比值叫利率。以一个月为期的利率叫月利率，以 1 年为期的利率叫年利率。

（3） 出勤率$=\frac{出勤人数}{总人数}\times 100\%$发芽率$=\frac{发芽种子}{种子总数}\times 100\%$

利息=本金×利率×时间溶液的浓度$=\frac{溶质质量}{溶液质量}\times 100\%$

利润率$=\frac{售价-成本}{成本}\times 100\%$

以浓度问题为例：

在生产和生活中，这类问题研究的主要是溶剂（水或其它液体）、溶质、溶液、浓度这几个量的关系。例如，水是一种溶剂，被溶解的东西叫溶质，溶解后的混合物叫溶液。溶质的量在溶液的量中所占的百分数叫浓度，也叫百分比浓度。

数量关系： 溶液＝溶剂＋溶质　　浓度＝溶质÷溶液×100%

例题 3： 要把 30%的糖水与 15%的糖水混合，配成 25%的糖水 600 克，需要 30%和 15%的糖水各多少克？

分析解答：假设全用 30%的糖水溶液，那么含糖量就会多出

600×（30%－25%）＝30（克）

这是因为 30%的糖水多用了。于是，我们设想在保证总重量 600 克不变的情况下，用 15% 的溶液来“换掉”一部分 30%的溶液。这样，每“换掉”100 克，就会减少糖 100×（30%－15%）

＝15（克） 所以需要“换掉”30%的溶液（即“换上”15%的溶液） 100×（30÷15）＝200（克）由此可知，需要 15%的溶液 200 克。

需要 30%的溶液 600－200＝400（克）

答：需要 15%的糖水溶液 200 克，需要 30%的糖水 400 克。

习题练习：

1.某商场将某种商品按进价的 50%加价后，写上“大酬宾，八折优惠”，结果每件商品仍获利 20 元。此商品每件进价多少元？

2.红星小学六年级学生植柳树 500 棵，结果死了 30 棵。求成活率。

3.六年级一班有学生 50 人，今天有 48 人上课。求六年一班今天的出勤率。

4.小军的爸爸在银行里存了 6000 元钱，定期两年，年利率 2.25%，到期时扣除 20%的利率税，共可取得本金和利率多少元？

5.某班 55 名学生到动物园去参观。门口的价格牌上写着“每人 5 元，60 张以上为团体票，团体票八五折优惠”。这个班怎样买票比较划算，可节省多少元？

6.有甲、乙两种酒精溶液，甲种酒精溶液的浓度为 95%，乙种酒精溶液的浓度为 80%，要想得到浓度为 85%的酒精溶液 270 克，应从甲、乙两种酒精溶液中各取多少克？

7.一种商品按 20%的利润定价，现在这种商品的进价降低了 20%，若还按原来的定价销售，利润率是百分之几？

三.　　分数工程应用题

分数工程应用题是分数应用题的一种，与整数应用题一样，研究的都是工作总量、工作效率与工作时间三者之间的关系。所不同的是，分数工程应用题中的工作总量不具体，一般用“1”来表示，工作效率则表示为工作时间的倒数。

三者之间的关系式：工作效率×工作时间=工作总量（单位“1”）

工作总量（单位“1”）÷工作时间=工作效率

工作总量（单位“1”）÷工作效率=工作时间

例 4：一项工程，甲独做 4 天完成，乙独做 6 天完成。问：两队合作需要几天完成？

数量关系分析：工作总量（单位“1”）→这项工程

工作效率=甲的工作效率+乙的工作效率

甲的工作效率=$\frac{1}{4}$，　乙的工作效率=$\frac{1}{6}$

解决问题：$1\div(\frac{1}{4}+\frac{1}{6})=2\frac{2}{5}$（天）

答：两队合作需要 $2\frac{2}{5}$天完成。

习题练习：

1.一条公路（长 180 米），甲队独修需 24 天完成，乙队独修需 30 天完成.甲乙两队合作若干天后，乙队停工休息，甲队继续修 6 天完成。乙队修了多少天？

2.一项工程由甲单独做需 15 天完成，由乙队单独做需 20 天完成。甲队单独做 5 天后，再由甲乙两队合作几天一共能完成全部工程的$\frac{4}{5}$？

3.一项工程，甲队单独做 12 天完成，乙队的工作效率是甲队的 150%。甲乙两队合作需几天完成？

第二讲、（一）比和比例应用题

比和比例应用题包括：比例尺、按比例分配和正比例、反比例应用题。

一. 比例尺应用题

比例尺就是图上距离与实际距离的比。在绘制地图、建筑物平面图、零件等图纸时，需要把实际的长度缩小或扩大一定的数值，这就要用到比例尺。解决比例尺应用题，常用到一下三个基本数量关系式：

图上距离：实际距离=比例尺

图上距离÷比例尺=实际距离

实际距离×比例尺=图上距离

例 5：在一幅图上，10 厘米的线段表示 5000 千米的实际距离，求这幅地图的比例尺。

辨析：学生在计算时千万不要忽略了单位的统一。

解答　5000 千米=50000000 厘米

10：500000000=1：50000000

答：这幅地图的比例尺是 1：50000000。

习题巩固：

1. 在比例尺是 1：1000 的地图上量得甲、乙两地相距 4 厘米。如果画在比例尺是 1：8000 的地图上，应该画多长？

二. 按比例分配应用题

按比例分配应用题是把一个数量按照一定的比分几部分。按比例分配应用题是在比的意义、比与分数的关系的基础上来解决的。关键是要根据各部分之比，确定各部分量与总量之间的关系，即各部分占总量的几分之几。然后按照“求一个数（这里指分配的量）的几分之几是多少”的问题来解答。

例 6：一个长方形的棱长总和是 64cm，长、宽、高的比为 4：3：1，这个长方形的长、宽、高各是多少厘米？

突破点：在 64cm 这个总和中有 4 条长，4 条宽，4 条高的长度，而 4：3：1 是一条长、一条宽、一条高长度的比，所以我们可以先把 64cm 除以 4，求出一长一宽一高之和。之后，再按比例分配；或者先把 64cm 按长、宽、高之比进行分配，再求一条长、宽、高的长度。

解析：　〈方法一〉长：$64\div4\times\frac{4}{4+3+1}=8$（厘米）

宽：$64\div4\times\frac{3}{4+3+1}=6$（厘米）

高：$64\div4\times\frac{1}{4+3+1}=2$（厘米）

〈方法二〉长：$64\times\frac{4}{(4+3+1)\times4}=8$（厘米）

宽：$64\times\frac{3}{(4+3+1)\times4}=6$（厘米）

高：$64\times\frac{1}{(4+3+1)\times4}=2$（厘米）

答　这个长方形的长是 8 厘米，宽是 6 厘米，高是 2 厘米。

习题巩固：

1. 一艘轮船以每小时 40 千米的速度从甲港开往乙港，行了全程的 20%后，又行驶了 1 小时，这时未行路程与已行路程的比是 3：1。甲、乙两港相距多少千米？

2. 一次演讲比赛，有 50 名选手参赛，其中有 26 人获奖。已知获二等奖的人数与获一等奖的人数比是 4：1，获一等奖的人数是获三等奖人数的$\frac{1}{8}$。获一等奖的有多少人？

3. 修一条公路，已修的和未修的长度比是 1：3，再修 300 米后，已修的和未修的长度比是 1：2。这条公路长多少米？

4.学校把购进图书的 60%按 2：3：4 分配给四、五、六三个年级。已知六年级分得 56 本，学校共购进图书多少本？

三．正比例和反比例应用题

正比例应用题中的各种相关联的数量有正比例关系，关系式是：$\frac{y}{x}$=k（一定）。反比例应用题中的各种相关联的数量有反比例关系，关系式是：x • y=k（一定）。解答正、反比例应用题的基本步骤是：①分析数量关系，依据相关联的量之间的数量关系，判定它们成什么比例；②根据关系列出等量关系式；③设未知数，根据等量关系列方程；④解方程；⑤检验并写出答案。

例 7：在比例尺是 1：2000 的图纸上，量得一个长方形花园的长是 2.4 厘米，宽是 1.8 厘米，这个花园的实际面积是多少平方米？

突破点　长方形的面积等于长乘宽，题中告诉了比例尺和图上距离，我们可以直接运用关系式求出长与宽的实际距离，然后计算花园的实际面积。

解析：解：设长为 x 厘米，宽为 y 厘米，则有：

(1)$\frac{2.4}{x}=\frac{1}{2000}$　x=4800　　　(2)$\frac{1.8}{y}=\frac{1}{2000}$y=3600

4800 厘米=48 米　　　3600 厘米=36 米

⑶长方形的面积为：48×36=1728（平方米）

答：这个花园的实际面积是 1728 平方米。

习题巩固：

1. 李叔叔与王叔叔 8 月份收入的钱数之比是 8：5，8 月份支出的钱数之比是 8：3，月底李叔叔结余 800 元，王叔叔结余 980 元。8 月份两人各收入多少元？

2.一辆轿车和一辆货车同时从 A，B 两地的中点反向行驶，3 小时后，轿车到达 B 地，货车离 A 地还有 22 千米，已知轿车与货车的速度比是 6：5，A，B 两地相距多少千米？

3.某车间计划 24 天生产一批零件，由于每天比原计划少生产 120 个，结果推迟 8 天完成任务。实际每天生产多少个零件？

（二）列方程解应用题

1.列方程解应用题就是用字母代替应用题中的未知数，根据等量关系列方程，解方程，哦才能够而得到应用题的正确答案。

2.列方程解应用题的一般步骤：

⑴弄清题意，找出未知数，并用 x 表示；

⑵找出应用题中数量间的相等关系，并列方程；

⑶列方程，求出未知数的值；

⑷检验或验算，写出答案。检验时，一是要将所得的未知数的值代入原方程，检验方程的解是否正确；二是要检验所得的未知数的值是否符合题意。

例题 8：有甲.乙两盒棋子，甲盒中有 2700 枚棋子，其中黑子占 30%；乙盒中有 1200 枚棋子，

其中黑子占 90%，现在从一盒中取出若干棋子放入甲盒中，此时甲盒中黑子占 40%，乙盒子中黑子仍占 90%，问从乙盒中拿了多少枚棋子放入甲盒？

分析解答：设乙盒中拿了 x 枚放入了甲盒中

甲乙两盒棋子总数 2700＋1200＝3900 枚

甲盒中有黑子 2700×30％=810 枚，乙盒中有黑子 1200×90％=1080 枚。

后来甲盒黑子占 40％，乙盒黑子占 90％

（2700x30％+0.9x）÷(2700+x)=40％

X=540

答;乙盒中拿了 540 枚棋子放入甲盒

列方程列应用题：

1. 甲、乙两列客车从两地同时相对开出，5 小时后在距离中点 30 千米处相遇。快车每小时行 60 千米，慢车每小时行多少千米？

2. 某工厂共有 600 名工人，其中男工是女工的 $1\frac{2}{5}$倍。求男、女工各有多少名。

3. 某养鸡场今年养鸡 2.8 万只，比去年多$\frac{2}{5}$去年养鸡多少万只？

4. 一批零件按 1：2 分给徒弟和师傅两人去完成。师傅每小时做 20 个，徒弟每小时做 8 个。两人同时开工，最后师傅比徒弟提前 30 分钟完成。师傅做了多少个?

5.王月从 A 地赶往 B 地。前半的时间每分钟行 1 千米，后一半的时间没分钟行 0.8 千米。A，B 两地相距 60 千米，王月从 A 地到 B 地共用了多少分钟？

第三讲典型应用题

用两步或两步以上运算解答的并且有一定解答规律的应用题叫典型应用题。如平均数问题、行程问题、归一问题、归总问题、植树问题、周期问题、鸡兔同笼问题等。要特别注意认识各类典型应用题的解题规律及技巧。

一、行程问题：

（一）行程问题——一般行程问题、相遇问题

一般行程问题
- 速度×时间=路程
- 路程÷速度=时间
- 路程÷时间=速度

相遇问题
- 速度和×相遇时间=相遇距离
- 相遇距离÷相遇时间=速度和
- 相遇距离÷速度和=相遇时间

（相遇时双方所用时间相同）

例9：甲、乙两车分别从 A、B 两地出发，相向而行。出发时，甲、乙的速度之比为5:4，相遇后，甲的速度减少20%，乙的速度增加20%，这样当甲到达 B 地时，乙离 A 地还有10千米，那么 A、B 两地相距多少千米？

解题思路：根据题意和所问的问题可知，相遇问题，速度与路程成正比，速度比就是路程比，相遇时路程比为5:4，路程总长可看成9份。相遇后甲的速度为$5\times(1-20\%)=4$，乙的速度为$4\times(1+20\%)=4.8$，相遇后甲乙速度比为：4:4.8，问题是求 A、B 间路长，可利用比应用解，原来每份路程为$10\div(5-4.8)=50$（千米），则全长为$50\times9=450$（千米）。

解： $5\times(1-20\%)=4$ $4\times(1+20\%)=4.8$

$10\div(5-4.8)=50$ （千米） $50\times9=450$ （千米）

答：A、B 两地相距450千米。

习题巩固：

1、 一列火车经过某山，上山速度每小时 30.5 千米，下山速度每小时 50.8 千米。知道上山用 6 小时，下山用 4 小时。求这列火车上、下山平均每小时行多少千米？

2、甲、乙两地的铁路长 390 千米，两列火车同时从两地相对开出，快车每小时行 80 千米，慢车每小时行 50 千米，两列火车开出后，几小时可以相遇？

3、甲、乙两车从相距 340 千米的 A、B 两城相向而行，甲车上午 8 时从 A 城出发，乙车上午 8 时 30 分成 B 城出发，甲车每小时行 30 千米，乙车每小时行 35 千米。两车相遇时几时几分？

4 甲、乙两汽车同时分别从 A、B 两站相对开出。第一次在离 A 站 90 千米处相遇，相遇后两车以原速继续前进，到达对方出发站后立刻返回，第二次相遇在离 A 站 50 米处。求 A、B 两站之间的距离？

5、王飞和田云二人转周长 400 米的环形跑道上练长跑，从同一点同时背向起跑。王飞每分钟跑 210 米，田云每分钟跑 190 米，他们从起跑到第十次相遇需多少分钟？

6、两地相距 100 千米。甲、乙两人骑自行车同时从两地相对出发，经过 4 小时后相遇，相遇后再经过 2 小时，甲、乙两人相隔多少米？

7、甲、乙两列火车同时向上海站向相反方向的两城市开出，甲车每小时行 60 千米，乙车每小时行 50 千米，经过几小时后两车相距 1430 千米？

8、甲、乙两车同时从东、西两地相向开出，甲车每小时行 60 千米，乙车每小时行 52 千米，两车在离中点 16 千米处相遇。东、西两地相距多少千米？

9、小明和小亮分别从甲、乙两地同时出发，背向而行，小明每小时行 4.8 千米，小亮每小时行 4.4 千米，经过 2.5 小时后两人相距 31.5 千米。甲、乙两地相距多少千米？

10、甲、乙两车同时从 A、B 两地相对开出，甲车行驶到两地中点时，乙车离中点还有全程的$\frac{1}{6}$的路程，相遇时甲行了全程的几分之几？

11、甲、乙两车由 A、B 两地同时相向开出，已知甲车与乙车的速度比是 2：3，甲车走完全程需要$5\frac{1}{2}$小时，求两车出发后几小时相遇？

（二）行程问题——追及问题

追及问题
- 速度差×追及时间=追及距离
- 追及距离÷追及时间=速度差
- 追及距离÷速度差=追及时间

（注：追及距离就是追及开始时两者的距离）

1、姐姐和妹妹都从家道学校上学，姐姐每分钟走 55 米，妹妹每分钟走 40 米，姐姐让妹妹先走 3 分钟，然后姐姐才出发追赶妹妹，经过多少分钟姐姐可以追上妹妹？

2、 小芳和小丽进行 100 米赛跑比赛。小芳比小丽早到 5 秒钟，小芳到终点时，小丽正好跑了 80 米，小丽跑完 100 米用了多少秒？

3、 有一条 600 米长的环形跑道，甲、乙两人从起点按顺时针方向同时出发。甲每分钟跑 110 米，乙每分钟跑 90 米，甲第一次追上乙需几分钟？此时各跑了多少圈？

4、 龟兔赛跑，全程 2000 米，龟每分钟爬 25 米，兔每分钟跑 320 米，兔自以为速度快，在途中睡了一觉，结果龟到终点时，兔离终点还有 400 米，兔子途中睡了多少分钟？

5、 龟兔赛跑，同时出发，全程 7000 米，龟每分钟爬 30 米，兔每分钟跑 330 米，兔跑了 10 分钟就停下来睡了 215 分钟，醒来后立即以原速往前跑。问:龟和兔谁先到达终点？先到的比后到的快多少米？

（三）行程问题——水中行船问题

水中行船问题：
- 顺水速度=船速＋水速
- 逆水速度=船速－水速　船速=（顺水速＋逆水速）÷2
- 水速=（顺水速－逆水速）÷2

例 10： 一条船往返于甲、乙两地之间，已知船在静水中的速度为每小时 9 千米，平时逆行与顺行所用的时间比为 $2:1$。一天因为下暴雨，水流速度为原来的 2 倍，这条船往返共用了 10 小时，问甲、乙两地相距多少千米？

精析这是一道流水行船问题。流水行船问题主要有四个公式：

顺水速度＝船速＋水速，　　逆水速度＝船速－水速，

船速＝(顺水速度+逆水速度)÷2，　　水速＝(顺水速度－逆水速度)÷2。

解：路程一定，速度与时间成反比 $v_{\text{顺}}$：$v_{\text{逆}}=t_{\text{逆}}$：$t_{\text{顺}}=2:1$，所以 $v_{\text{逆}}=9\div[(2+1)\div2]=6$（千米/时），$v_{\text{顺}}=6\times2=12$（千米/时），$v_{\text{水}}=(12-6)\div2=3$（千米/时）。

下暴雨后，

$v'_{\text{水}}=3\times2=6$（千米/时），$v'_{\text{顺}}=9+6=15$（千米/时），$v'_{\text{逆}}=9-6=3$（千米/时），则

$t'_{\text{逆}}$：$t'_{\text{顺}}=v'_{\text{顺}}$：$v'_{\text{逆}}=15:3=5:1$，$t'_{\text{逆}}=10\times\frac{5}{5+1}=\frac{25}{3}$（小时），故距离为 $3\times\frac{25}{3}=25$（千米）。

习题巩固：

1、 甲船逆水航行 300 千米需 15 小时，返回原地需 10 小时，求船速和水速？

2、 甲船逆水航行 360 千米需 18 小时，返回原地需 10 小时，乙船逆水航行同样一段距离需 15 小时，返回原地需多少小时？

3、 一条船从上游甲港开往下游乙港，船速为每小时 15 千米，4 小时到达。已知水速为每小时 3 千米。甲、乙两港相距多少千米？若船速和水速不变，从乙港回到甲港要航行多少

小时？

4、 自动扶梯以均匀速度由下往上行驶着，两位性急的孩子要从扶梯上楼。已知男孩子每分钟走 16 级梯级，女孩子每分钟走 12 级梯级，结果男孩子用 5 分钟到达楼上，女孩子用 6 分钟到达楼上。该扶梯共有多少级？

（四）行程问题——列车过桥问题

列车过桥问题 $\left\{ \begin{array}{l} \text{路程=桥长＋车长} \\ \text{路程÷速度=时间} \end{array} \right.$

例题11

一列180米长的火车途经一隧道，看监控记录知火车从进入隧道到完全离开隧道用时43秒，整列火车完全在隧道内的时间为23秒，问隧道是多长？

解题思路：根据题意可知要求隧道长，必须知道火车速度，要求火车速度，必须知道火车对应的时间内所行的路程，或是对应的路程内所用的时间，从火车进入隧道到完全离开与整列火车完全在隧道内，火车两次所行路程差为两个火车长，此路程对应的时间为 $43-23=20$（秒），所以火车速度为：$180\times2\div20=18$（米/秒），则隧道长为：$180\times43-180=594$（米）或 $18\times23=180=594$（米）。

解：$180\times2\div(43-23)=18$（米/秒）

$180\times43-180=594$（米）或 $18\times23=180=594$（米）

答：隧道是长594米。

1、 一座桥长 3400 米，一列火车通过大桥时每分钟行 800 米，从车头上桥到车尾离开桥共需 4.5 分钟。这列火车长多少米？

2、 一列火车通过 1000 米长的大桥，从车头上桥到车尾离桥恰好用了 1 分钟，而火车以同样的速度经过桥边站岗的士兵用了 12 秒。求这列火车的长度和速度？

3、一列火车车身长 800 米，每小时行 60 千米。铁路上有两个隧道，火车从车头进入第一个隧道到车尾离开第一个隧道用 2 分钟，从车头进入第二个隧道到车尾离开第二个隧道用了 3 分钟，从车头进入第一个隧道到车尾离开第二个隧道共用了 6 分钟。两个隧道之间相距多少米？

二、植树问题

例题 12：学校门前有一条直直的小路长 32 米，在小路的一旁每隔 4 米种一棵松树，从头到尾一共种了多少棵松树？

解析问题：首先要确定问题是属于哪一种类型。从“一条直直的小路”和“从头到尾”可以判定此题为两端都种。应用公式为：两端都种：棵树=总距离÷间距+1。

解答：32÷4+1=9（棵）

答：从头到尾一共种了 9 棵松树。

习题巩固:

1. 两栋楼相距 60 米，绿化队准备把 19 棵杨树苗等距离地在两栋楼之间载成一行，每两棵树苗之间距离多少米？

2. 在一个周长为 600 米的池塘周围种树。每隔 10 米载一棵杨树，在相邻两棵杨树之间每隔两米栽一棵柳树。杨树和柳树各能载多少棵？

三、平均数问题

例13：某班有40名同学，期中测试有2名同学生病缺考，这个班里平均分为89分，缺考同学补考各得99分，这个班期中测试的平均分是多少分？

解题思路：分析已知条件知道，由于2名同学缺考，班里平均分是89分，2名同学考后各得99分，则每人比以前的平均分高$99-89=10$（分），共多$10\times2=20$（分），现在需把多出原平均分的分数再次平均分，每人得$20\div40=0.5$（分），则现在的平均分为$89+0.5=89.5$（分），本题还可采用公式法求解。

解：$(99-89)\times2\div40+89=89.5$（分）

答：这个班期中测试的平均分是89.5分。

习题巩固：

1.王明上次考试中，语文、数学平均75分，数学、英语平均90分，语文、英语平均82.5分，那科成绩最低？

2.甲、乙、丙三人的平均年龄是42岁，若将甲的岁数增加7岁，乙的岁数扩大2倍，丙的岁数缩小2倍，则三人岁数相等。丙的年龄是多少岁？